Initiation aux calculatrices Graphiques numériques TI

TI-82 STATS – TI-83 Plus – TI-83 Plus SE – TI-84 Plus – TI-84 Plus SE

Introduction

Nous avons conçu ce document dans le but de vous aider à utiliser n'importe quelle calculatrice graphique numérique récente de Texas Instruments sur les grands thèmes des programmes de mathématiques et de sciences physiques des classes de lycée.

En effet, les TI-82 STATS, TI-83, TI-83 Plus/SE, TI-84 Plus/SE ont été conçues selon la même logique, la structure de leurs menus et fonctions sont donc identiques, même si, plus on évolue dans la gamme plus les modèles sont puissants avec une capacité mémoire supérieure et des fonctions supplémentaires.

Certaines graphiques - les TI-83 Plus/SE et TI-84 Plus/SE - possèdent une mémoire évolutive Flash qui permet de mettre à jour leur système d'exploitation (OS) et de leur implanter des applications logicielles supplémentaires (APPS). Ces machines ont quelques particularités :

- elles comportent une touche APPS d'accès aux applications installées dans la calculatrice (à la place de la touche qui donnait accès au menu Matrices) ;
- elles possèdent, en plus d'une mémoire RAM, une mémoire Flash ROM. Le menu Mémoire (2^{ND} MEM) comporte des rubriques supplémentaires permettant de gérer ces 2 mémoires. Par exemple la rubrique About (A propos de) affiche la version du système d'exploitation installé sur la machine.

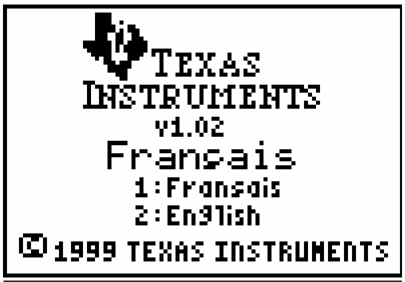
Sommaire

1. PREMIÈRES MANIPULATIONS

1. Le choix de la langue

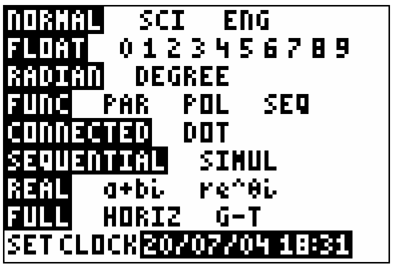
L'une des applications Flash, Langage localization in French (ou Français), permet de choisir d'afficher les menus et les messages en français ou en anglais.
Comme toutes les graphiques numériques de TI ne disposent pas de cette possibilité, nous avons choisi de proposer dans ce document des copies d'écran en anglais.

Pour mettre une calculatrice Flash en anglais, aller dans le menu APPS, lancer l'application Français, choisir l'option 2 : English et valider par ENTER.



2. Le menu MODE

Observons à présent le contenu du menu MODE qui s'ouvre directement par :



Notation numérique : normal, scientifique ou ingénieur
Nombre de décimales affichées
Unité d'angle : radian ou degré
Mode graphique : fonction, paramétrique, polaire ou suite
Graphe avec points reliés ou non reliés
Tracé des courbes successif ou simultané
Mode réel, algébrique ou exponentiel
Partage d'écran : plein écran, partage horizontal ou vertical
Horloge : mise à l'heure, date et heure

Note : Les fonctions d'horloge ne sont disponibles que sur les modèles TI-84 Plus et TI-84 Plus SE

3. CATALOG

Le menu CATALOG permet d'accéder, par ordre alphabétique à toutes les fonctions, instructions, caractères spéciaux, symboles math, opérateurs logiques… présents dans la calculatrice.
Certaines fonctions ne sont d'ailleurs accessibles que depuis ce menu comme Diagnostic On/Off (Correl Aff/Correl Naff en français) qui affiche le coefficient de corrélation linéaire lors d'une régression.

Utilisation :

- On accède au Catalogue par ;
- La navigation dans le catalogue se fait avec les touches de direction ou bien en tapant l'initiale de la fonction recherchée ;
- insère l'élément choisi dans l'écran.

4. CLEAR, QUIT, ON

efface l'écran

efface le caractère situé sur le curseur

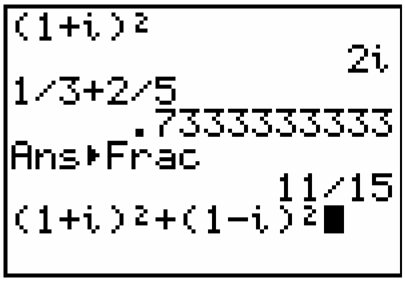
permet de d'insérer un caractère

annule l'opération en cours et permet de quitter un menu ou une boîte de dialogue

permet d'interrompre une opération en cours (programme ou autre)

5. ANS et ENTRY

Toutes les graphiques numériques TI possèdent les deux fonctions ANS ( ) et ENTRY ( ) qui permettent de rappeler, respectivement, le dernier résultat et la dernière instruction. En enchaînant ENTRY on peut remonter dans l'historique des instructions utilisées. L'écran ci-contre, dans lequel nous avons effectué quelques calculs élémentaires, illustre ceci.



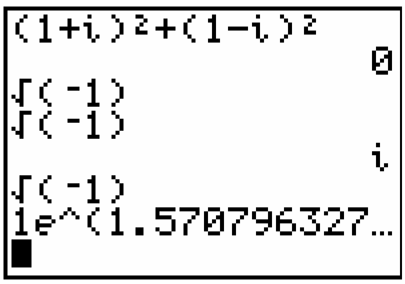
Commentaires :

- i est obtenu par [*i*] (ne pas confondre avec I obtenu par [I]) ;
- la conversion du résultat en fraction est obtenue directement par 1 (ANS s'affiche directement) ;
- la dernière ligne s'obtient par rappel des dernières instructions (3 appuis successifs sur - noter les affichages intermédiaires-) puis frappe de + (1-*i*)².

Il est facile de vérifier que le résultat obtenu pour ce dernier calcul par ENTER est bien 0.

Remarque :
vous pouvez constater que nous avons pu calculer avec des nombres complexes alors que la TI était en mode Real ; il est cependant nécessaire de définir le mode complexe (a+bi ou re^θi) pour des calculs plus « poussés » comme le montre l'exemple suivant :

- la première tentative de calcul de √ -1 a été faite en mode réel : elle a débouché sur le message ERR:NONREAL ANS ; choisir alors QUIT qui permet de revenir à l'écran de calcul ;
- la deuxième tentative a été faite après avoir choisi a+b*i* dans le MODE puis et et ; elle donne *i* ;
- la troisième tentative a été faite après avoir choisi re^θ*i* dans le MODE puis et et ; elle donne la forme trigonométrique de *i*.



6. MISE EN MEMOIRE

Pour affecter une valeur à une variable, il faut utiliser la touche . Les variables peuvent être des nombres, des fonctions, des listes…

Exemple : chaque élément de la liste L1 est multiplié par la même constante A :

- la saisie de L1 s'effectue par {nombre1, nombre 2, nombre 3} ;
- on affecte la valeur 1.05 à la constante A par [A] ;
- on calcule A x L1 par [A] .

```
{210,50,20}→L1
     {210 50 20}
1.05→A
            1.05
A*L1
 {220.5 52.5 21}
```

7. LISTES

- Nommer une liste.

Il existe 2 façons de nommer une liste :

- utiliser les noms prédéfinis L1 à L6, accessibles directement au clavier ;
- utiliser un nom de variable de son choix (5 caractères maximum commençant par une lettre).

- Utiliser une liste.

S'il s'agit d'une des listes L1 à L6, il suffit d'utiliser les touches du clavier.
S'il s'agit d'une autre liste, il suffit de la sélectionner dans la rubrique NAMES du menu et de valider par . Dans ce cas, le nom de la liste s'affiche précédé d'un petit L.

- Entrer une liste.

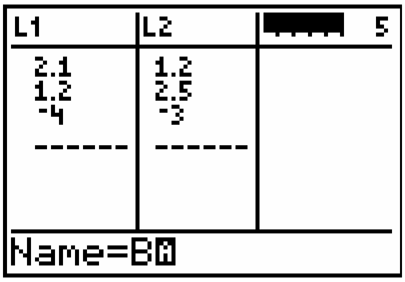
Il existe 3 façons d'enter des listes :

1) Saisie dans l'écran principal
Pour entrer une liste depuis l'écran principal il suffit de saisir la liste et de l'affecter ( ) à un nom de variable.

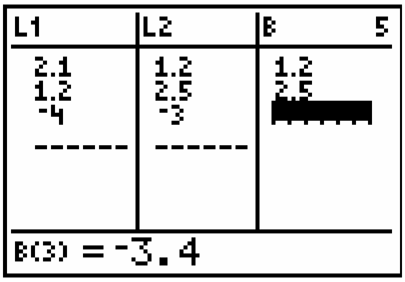
```
{2.1,1.2,-4}→L1
    {2.1 1.2 -4}
{4.5,-1.2,5}→A
    {4.5 -1.2 5}
```

2) Utilisation de l’éditeur de listes
On peut entrer les données dans les listes de l’éditeur de listes : menu STAT, rubrique EDIT.

Dans l’écran ci contre :
on retrouve la liste L1 entrée précédemment ;
la liste L2 est saisie dans l’éditeur.
Il est possible de créer ses propres listes en insérant (2^{ND} INS) dans l’en-tête de la liste un nom de variable (ici B).

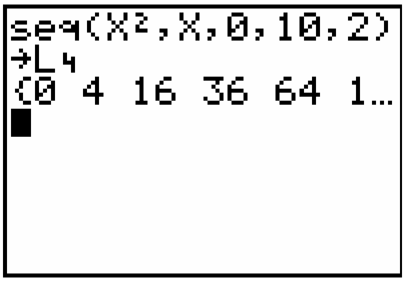


Pour entrer les données, se placer dans le tableau et valider chaque élément par ENTER.
La dernière ligne de l’écran indique l’élément en cours de saisie. Ici le 3e élément de la liste B est en cours de saisie.



3) Utilisation de la fonction Seq

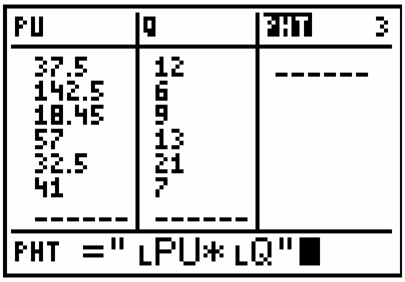
La fonction seq (, rubrique OPS) permet de créer une liste.
La syntaxe est : seq(fonction, variable, premier terme, dernier terme, pas). Ici la liste est celle des carrés des entiers pairs inférieurs ou égaux à 10 :



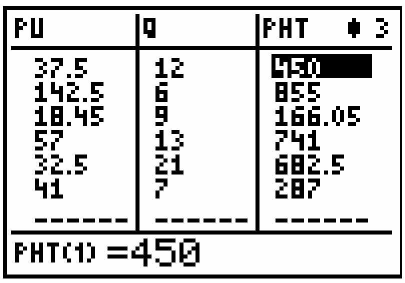
- Opérations sur les listes

Nous allons traiter l’exemple d’une coopérative scolaire qui achète chaque mois des quantités q d’articles de prix unitaire pu et qui établit la facture.

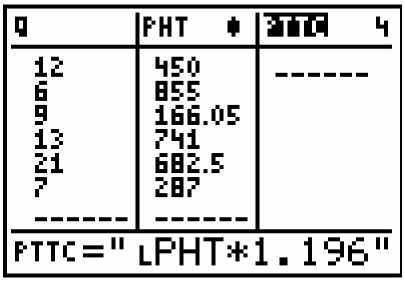
1) Entrons les données des 2 listes PU et Q
2) Créons la liste PHT :
- entrons le nom dans l’en-tête
- entrons la formule conformément au premier des deux écrans suivants. Les guillemets permettent de lier plusieurs listes entre elles, toute modification des données (PU ou Q) entraîne une modification des résultats (PHT).



Le symbole hexagonal à côté du nom de la liste indique le lien



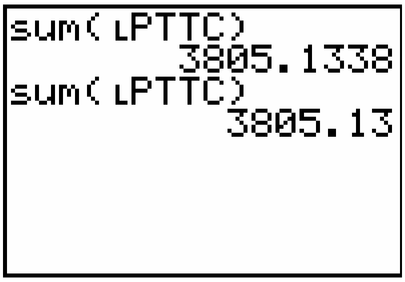
3) Procédons de même pour la formule du prix TTC : PTTC=1.206*PHT (le taux de TVA étant de 19.6%).



4) Calculons alors le montant de cette facture :
Il faut demander la somme des prix TTC de la liste PTTC :

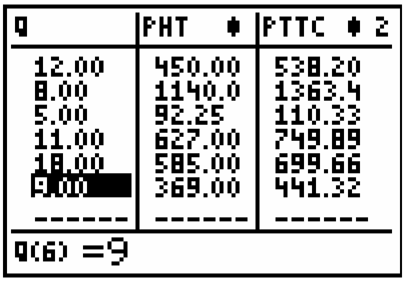
- revenir à l'écran principal ( ) ;
- utiliser la fonction Sum (dans la rubrique MATH du menu [LIST]).

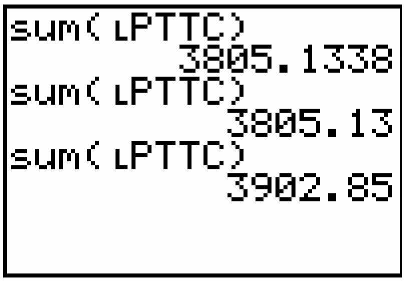
la liste PTTC a été récupérée dans la rubrique NAMES du menu LIST.



Remarque :
Jusqu'ici nous aurions pu nous contenter d'écrire les formules de calcul de PHT et PTTC sans utiliser les guillemets, nous aurions obtenu les mêmes résultats mais les résultats auraient été figés alors que grâce aux guillemets les résultats sont liés aux contenus des colonnes définissant les formules.

C'est ce que nous allons illustrer ici en calculant la facture du mois suivant où seules les quantités ont changé : notons que dès que nous changeons une quantité les prix changent immédiatement (comme dans un tableur).





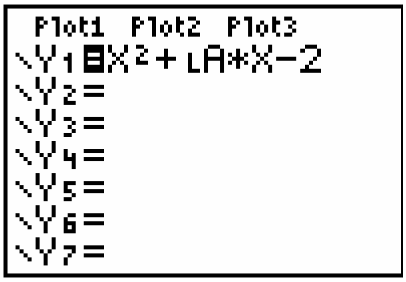
Imaginons maintenant des changements de prix, de taux de TVA...

- Utilisation de listes pour des familles de fonctions

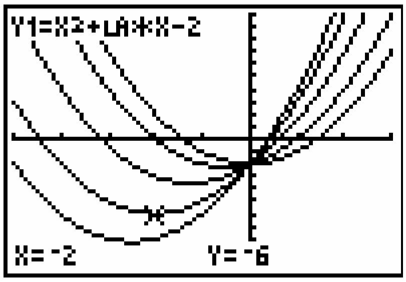
Le but est d'étudier l'influence du coefficient a dans la famille de paraboles d'équation $y = x^2 + ax - 2$. On choisit pour a les valeurs 0 ; 1 ; 2,5 ; 4 et 5, puis -4 ; -3 ; –2 ; -1,5 ; -0,5.

1) On définit la liste A : {0 ; 1 ; 2,5 ; 4 ; 5}   A.

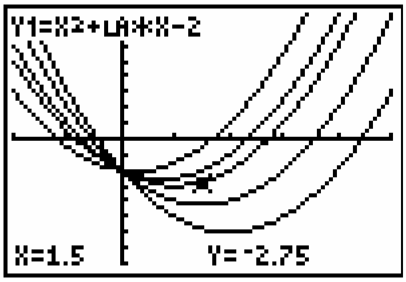
2) On entre l'équation dans l'éditeur de fonction Y= ($_L$A est récupérée dans [LIST], NAMES)



3) On choisit une fenêtre (   ) d'affichage et on lance la représentation (   ).



4) On modifie la liste A : {-4 ; -3 ; –2 ; -1,5 ; -0,5}, la fenêtre et   affiche la nouvelle famille de paraboles :



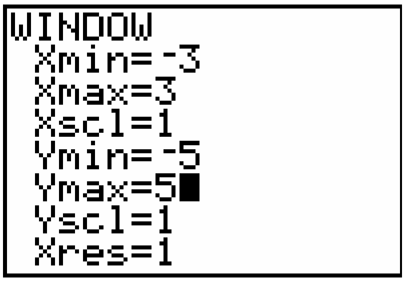
2. FONCTIONS

1. Entrée de la fonction

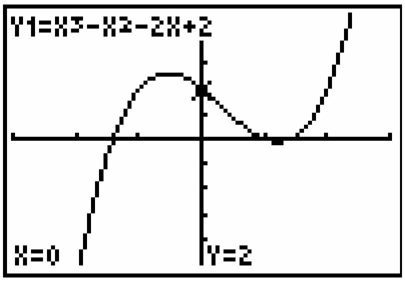
Après avoir défini dans le mode ( ) les options souhaitées (en particulier Func et Connected), introduisons la fonction définie par $f(x)=x^3-x^2-2x+2$:

2. Représentation graphique

6 donne une première représentation graphique qu'il suffit d'observer pour modifier alors la fenêtre d'affichage (afin d'optimiser l'utilisation de l'écran) dans conformément à l'écran suivant :



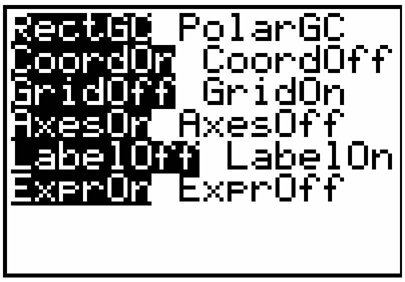
donne alors la courbe suivante :
(à condition cependant d'avoir désactivé les graphiques statistiques dans).



Noter que la fonction s'affiche intégralement en haut, à gauche de l'écran. En réalité c'est parce que c'est le choix par défaut dans le menu que nous allons consulter maintenant.

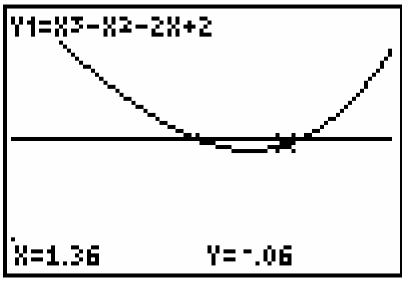
affiche l'écran suivant :

1. la première ligne permet l'affichage des coordonnées rectangulaires ou polaires ;
2. la deuxième ligne permet d'afficher ou non des coordonnées des points ;
3. la troisième ligne permet d'afficher ou non du quadrillage ;
4. la quatrième ligne permet l'affichage ou non des axes ;
5. la cinquième ligne permet l'affichage ou non, des étiquettes comme le nom des axes ;
6. la dernière ligne permet l'affichage ou non du nom de la fonction représentée.



3. Étude locale

L'étude graphique précédente permet d'envisager une étude intéressante aux alentours de X=1; il est possible, en particulier de se demander si f(x) est négatif pour x positif.

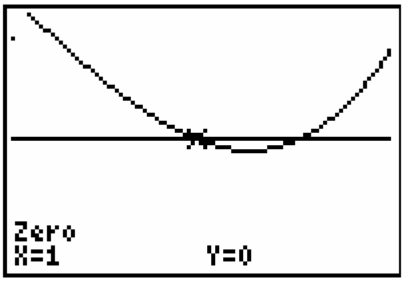


Déplaçons nous sur la courbe (par) jusque vers X=1 puis 2 donne alors la courbe suivante (qui coupe l'axe des abscisses en deux points) que l'on peut parcourir par et .

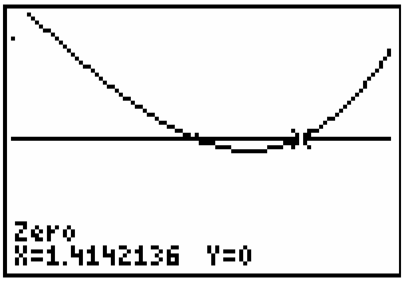
Nous pouvons donc conclure que f(x) prend des valeurs négatives, même lorsque x est positif.

4. Équation f(x)=0: résolution graphique

Utilisons l'option 2 du menu CALC (2) :
Cette option permet le calcul d'une valeur approchée d'un zéro de f(x) dans un intervalle [LeftBound, RightBound] défini par l'utilisateur.
L'observation du graphique précédent permet de conjecturer que l'équation f(x) = 0 admet 2 solutions positives dont les valeurs approchées peuvent être obtenues en utilisant l'option Zero du menu [CALC]. Nous obtenons ainsi :

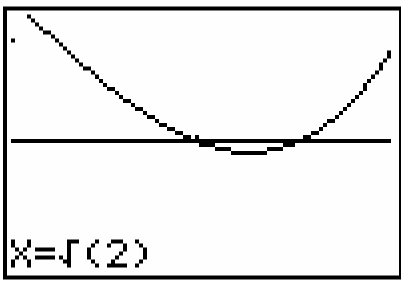


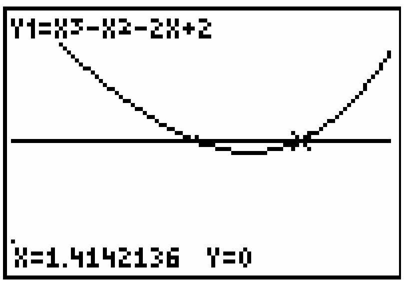
1re recherche sur l'intervalle [0,9 ; 1,1]



2e recherche sur [1,4 ; 1,5]

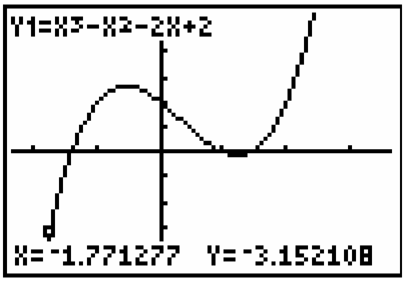
Remarque : il est facile de vérifier qu'effectivement 1 est solution de f(x)=0 ; utilisons l'option VALUE du menu [CALC] avec 1. (Attention cependant de l'utiliser avec une valeur de x comprise entre Xmin et Xmax). La deuxième solution permet de penser à √ 2 ; vérifions-le en utilisant à nouveau 1 et conformément aux écrans suivants (ils sont simplement séparés par) :



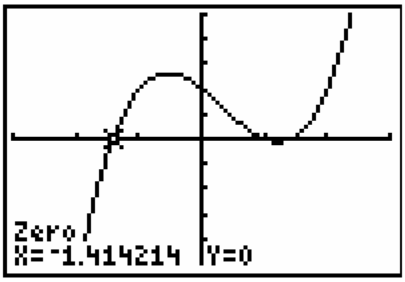


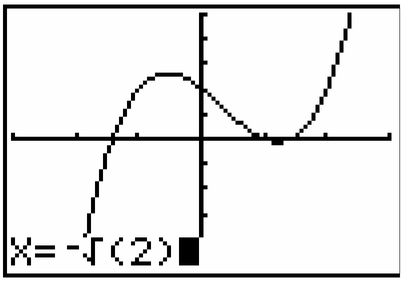
Nous venons donc de trouver deux solutions à l'équation f(x)=0. Le premier graphique nous avait montré qu'il existait une autre solution, négative. Pour l'obtenir avec la même méthode il nous faut revenir à une fenêtre d'affichage plus grande que la dernière ; nous allons pour cela utiliser l'option 3 (Zoom Out) du menu ZOOM :

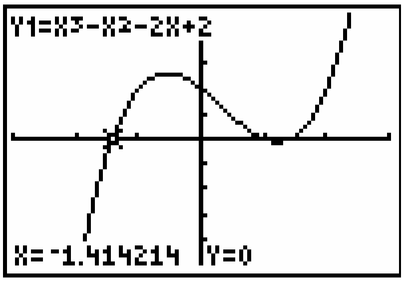
3 et suivi de donne l'écran suivant (noter le décalage de la courbe vers la gauche) :



Il ne reste plus alors qu'à déterminer la troisième solution : 2 avec un intervalle correct donne une valeur approchée qui permet de penser à -√ 2 ce qu'il est facile de vérifier par 1 ; c'est ce qu'illustrent les trois écrans suivants :





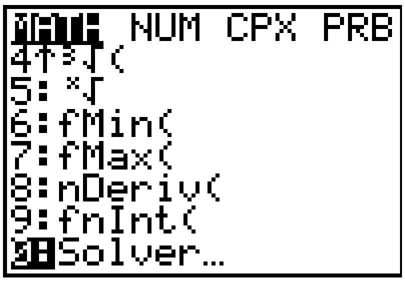


En conclusion : l'équation f(x)=0 a trois solutions: 1, √ 2 et -√ 2 ; ce qu'il reste à vérifier en développant (X - 1)(X² - 2).

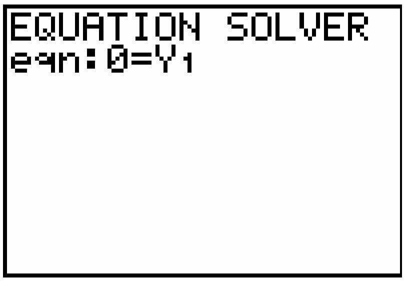
Remarque: les calculatrices graphiques possèdent un solveur d'équation permettant de résoudre f(x) = 0 sans passer par le graphique; c'est l'option 0 du menu que nous allons utiliser à présent.

5. Équation f(x)=0: résolution analytique

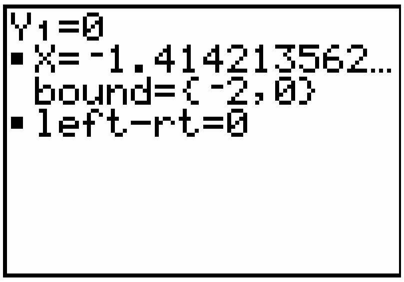
- Le solveur se trouve dans la rubrique MATH du menu , Option 0 : Solver.

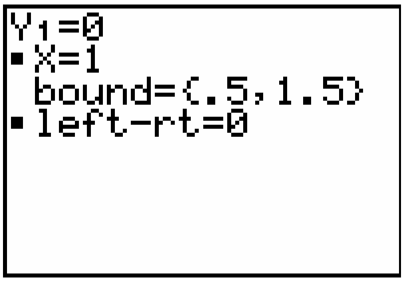


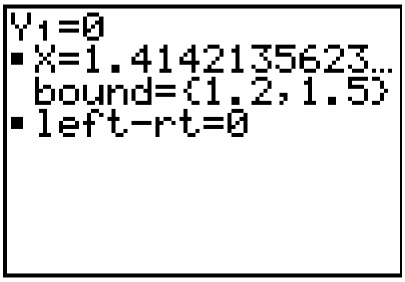
- donne alors (si aucune équation n'est mémorisée dans le solver) un écran qu'il suffit de compléter par Y1 (il faut aller chercher Y1 par 1 1).



- donne alors un écran qui affiche une des solutions ; modifions l'intervalle puis plaçons le curseur sur X= , entrons une valeur quelconque de l'intervalle choisi (sinon un message d'erreur s'affiche), puis (le curseur clignotant sur X=) permet d'obtenir successivement les trois solutions comme le montrent les trois écrans suivants :







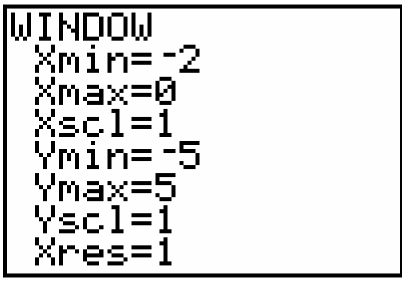
Ils confirment bien évidemment les résultats obtenus graphiquement.

Remarque : suivant la valeur initiale que vous avez donnée, vous pouvez obtenir des valeurs approchées légèrement différentes de celles ci-dessus.

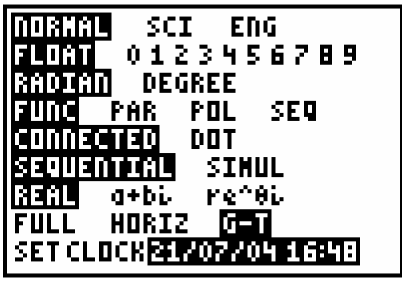
6. Étude d'un maximum local

L'étude précédente montre que la fonction admet un maximum local sur l'intervalle]-2,0[. Essayons de déterminer sa valeur :

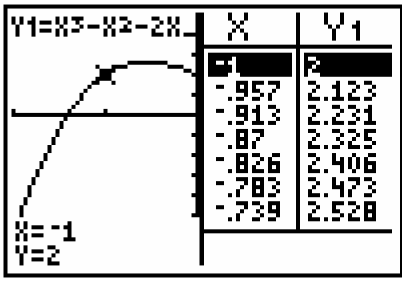
- modifions la fenêtre d'affichage, dans le menu , conformément à l'écran suivant :



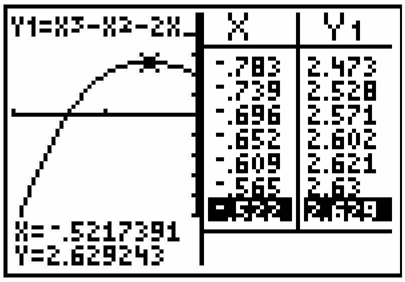
- choisissons dans la dernière ligne de l'option G-T qui permet d'afficher simultanément la courbe et la table des valeurs correspondante :



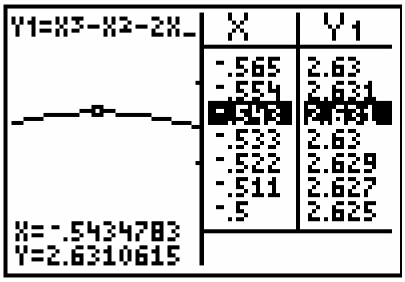
- donne alors l’écran suivant :



- parcourons la courbe par et observons le déplacement <u>simultané</u> dans la table des valeurs ; après déplacement nous obtenons l’écran suivant qui nous donne une première approximation du maximum de f (2.63 pour x ≅ -0.565) :

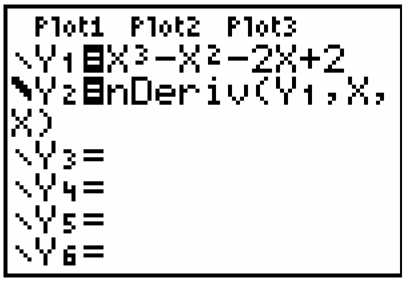


- utilisons 2 puis et pour obtenir l’écran suivant qui donne une nouvelle approximation du maximum cherché (2.631 pour x≅0.543) :

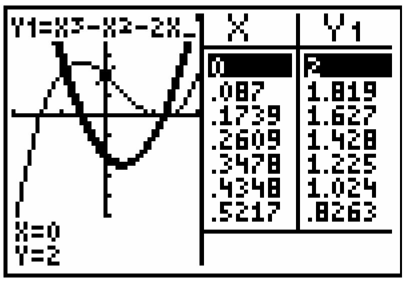


Il est maintenant possible de vérifier un théorème bien connu : “Si une fonction est dérivable la dérivée s’annule en un extrêmum”.

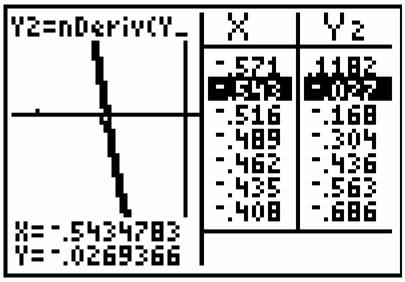
Utilisons la possibilité des TI de tracer la fonction dérivée de f : entrons en Y2 la fonction nDeriv(Y1,X,X) (nDeriv se trouve dans 8 et Y1 se trouve dans , Y-Vars Function) et pour différencier les deux courbes utilisons la possibilité qu’offrent les TI de tracer des graphiques avec des styles différents (plaçons le curseur à gauche de Y2 et par ENTER parcourons les différents styles possibles en nous arrêtons sur celui que nous souhaitons utiliser) :



Modifions à nouveau la fenêtre d’affichage ( ) pour revenir à celle du début de ce paragraphe (x de -2 à 2 et y de -5 à 5) et donne alors l’écran suivant :



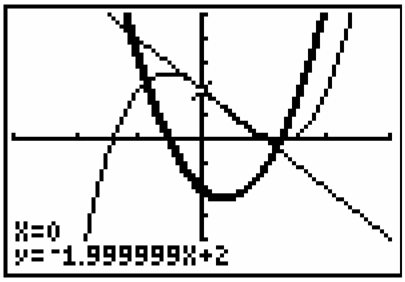
En parcourant les courbes (par , pour avancer sur la courbe ou par , pour changer de courbe) il est possible de vérifier le théorème cité; il est bien sûr possible d'explorer plus en avant en utilisant les possibilités de ZOOM comme le montre l'écran ci-contre :



Remarque : observer durant toutes ces manipulations l'évolution des écrans et des indications qui montrent comment la courbe et la table sont liées.

7. Tangente à la courbe en un point

Après avoir choisi, dans MODE, l'option Full pour l'affichage, revenons à une représentation graphique plus globale (x de -3 à 3 et y de -5 à 5) pour tracer la tangente à la courbe au point d'abscisse 0.
Après avoir placé le curseur (par et) sur le point désiré tapons: 5 qui donne l'écran suivant :



Commentaires :

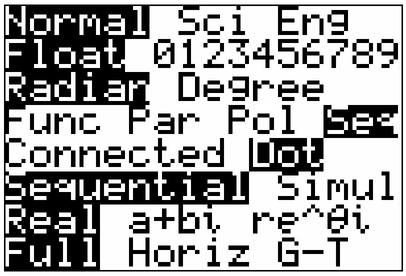
- observons qu'en même temps que la tangente se trace une de ses équations s'affiche (notons le y minuscule pour ne pas confondre avec Y majuscule qui est l'ordonnée d'un point).
- nous pouvons alors envisager que le coefficient directeur de cette tangente est 2 ce qu'il est possible de vérifier en calculant la valeur de la dérivée en 0 et en faisant une étude théorique qui validera toutes nos constatations.

Remarque : l'option Clrdraw du menu permet d'effacer tous les graphiques obtenus par Draw et permet de conserver alors à l'écran uniquement les représentations graphiques de Y1,Y2...

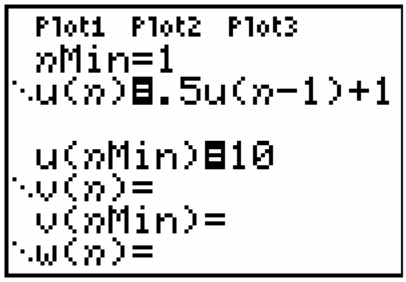
3. SUITES NUMÉRIQUES

1. Étude de la suite définie par u(n) = 0.5u(n-1) +1 et u(1) =10

- Définissons le MODE conformément à l'écran suivant :



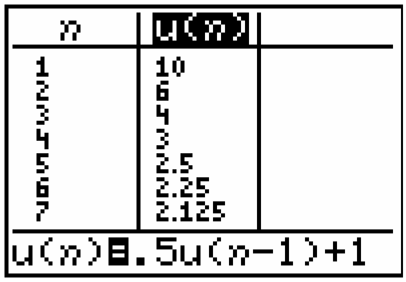
- Entrons la formule de récurrence et le premier terme définissant la suite :



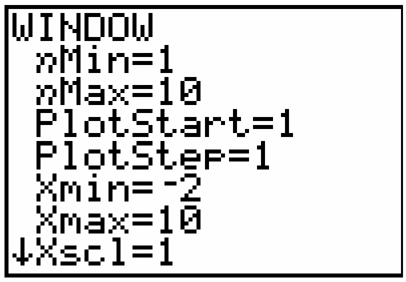
Les lettres u, n permettant de définir la suite sont accessibles au clavier directement.

- Pour calculer quelques valeurs, définissons les paramètres de la table dans :

donne alors une table de valeurs que l'on peut parcourir (avec ,) comme le montre l'écran suivant :

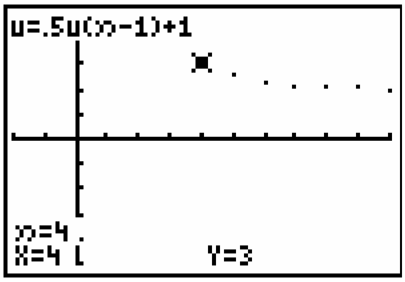


- Représentons graphiquement cette suite: définissons une fenêtre d'affichage adéquate (dans) :

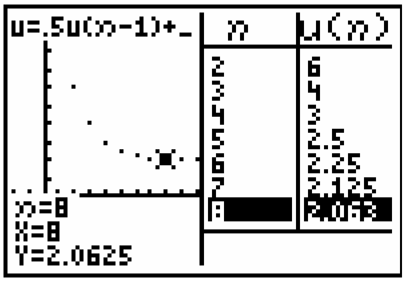


et dans FORMAT (   ) choisissons l'option Time conformément à l'écran ci-contre :

donne alors l'écran :

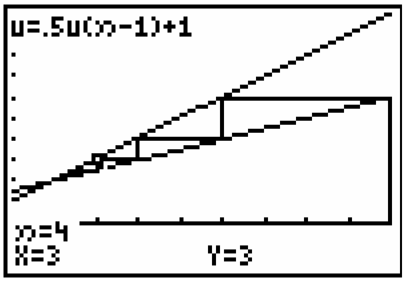


et en changeant le MODE (choisir l'option G-T) nous obtenons le deuxième écran qui montre le graphe et la table que l'on peut parcourir simultanément (en se déplaçant sur la courbe le curseur se déplace aussi dans la table) :



Visualisons la convergence de cette suite : choisissons l'option Web de   et revenons au plein écran (Full dans MODE),

donne alors la figure suivante :

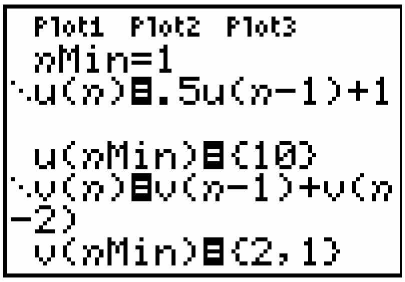


Il ne reste plus qu'à étudier d'un point de vue théorique pour confirmer toutes ces observations et en particulier la convergence vers 2.

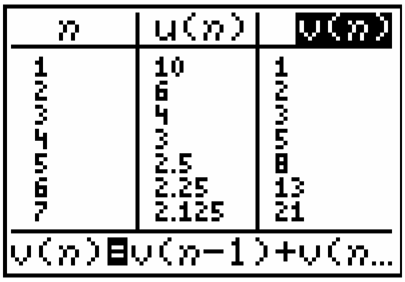
2. Étude de la suite définie par u(n) = u(n-1) + u(n-2) et u(0)=1 et u(1) = 2

Entrons la formule définissant la suite conformément à l'écran ci-contre

Attention : les données initiales doivent être dans l'ordre U1, U0



Calculons quelques termes, en utilisant :



Nous pouvons alors parcourir la table des valeurs et vérifier que cette suite (de Fibonacci) tend vers + ∞.

4. PROBABILITÉ ET STATISTIQUE

4.1. STATISTIQUE EXPLORATOIRE

1. Premier exemple : les perce-oreilles

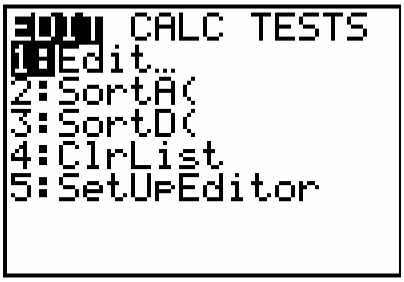
Des biologistes ont relevé la longueur des pinces de 580 perce-oreilles, insecte commun en France et ont obtenu le tableau suivant :

Longueur (mm)	[2,3[	[3,4[	[4,5[	[5,6[	[6,7[	[7,8[	[8,9[	[9,10[
Nombre	6	189	69	18	88	156	52	2

Après avoir fait une étude statistique de cette série, expliquez pourquoi on peut considérer que cohabitent deux variétés de perce-oreilles.

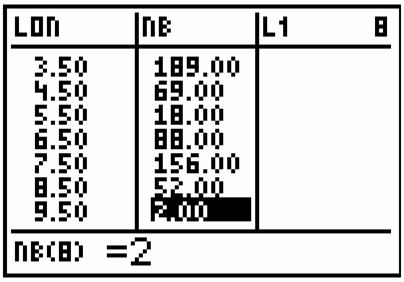
Remarque : il aurait été préférable de prendre les données non classées, mais entrer les données prend alors du temps... Nous ferons l'hypothèse habituelle que la longueur des pinces des perce-oreilles d'une même classe est la valeur centrale de la classe.

- Le menu STAT (   ) :



- Entrée des données :

1. pour afficher le menu
2. 1 (Edit) pour afficher le tableau
3. pour insérer une nouvelle colonne que nous nommerons LON et que nous remplissons avec les valeurs des longueurs des pinces
4. pour insérer la colonne NB où nous entrons les effectifs

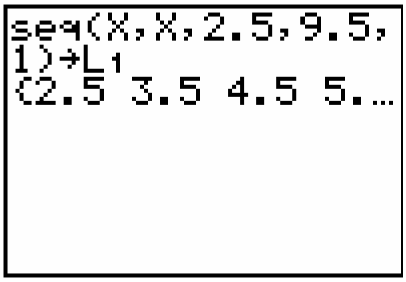


Nous avons choisi de donner un nom explicite aux listes utilisées ; il est bien sûr possible de choisir les listes L1,....L6, ce qui facilite parfois, lors de l'étude, la recherche des noms.

Les données sont maintenant entrées en machine, prêtes à être étudiées ; nous pouvons quitter l'éditeur de données par   .

Remarque :

Il aurait été possible d'utiliser seq (dans OPS du menu) pour entrer les longueurs des pinces, comme le montre l'écran ci-contre :

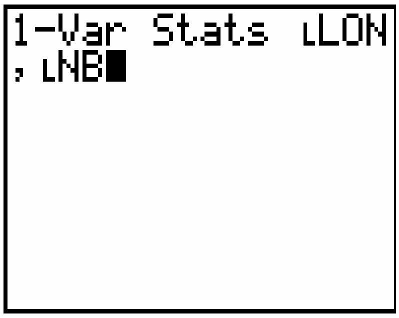


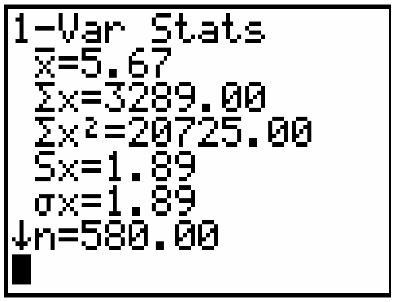
- le résumé numérique.

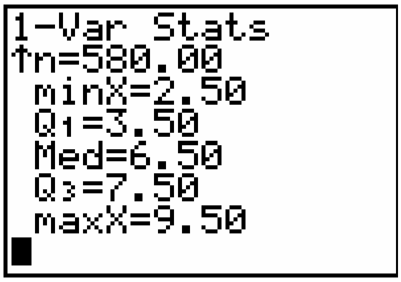
Démarche à utiliser pour obtenir les résultats :

- CALC, puis 1 (pour Stats 1-Var) ;
- puis (pour NAMES ou NOMS) ;
- puis autant de fois que nécessaire pour faire apparaître le nom de la variable (LON) que l'on veut étudier ;
- puis (noter le L devant LON) ;
- puis (pour NAMES ou NOMS) ;
- puis autant de fois que nécessaire pour faire apparaître le nom de la variable effectif (NB) ;

- puis (noter le L devant NB), pour obtenir le premier des deux écrans ci-contre qu'il suffit de faire suivre de pour obtenir le deuxième qui donne les valeurs des statistiques usuelles de cette série (↓ indique qu'il reste des résultats cachés, que l'on peut obtenir comme le montre le troisième écran obtenu avec 5 appuis successifs sur).







Remarque : toutes ces valeurs sont stockées dans des variables qu'il est possible de récupérer, pour affichage ou calcul, dans la rubrique 5 :Statistics du menu .

Conclusion :

Il est donc facile de conclure que la longueur moyenne des pinces de ces 580 perce-oreilles est environ 5.7 mm pour un écart type de 1.9 mm ; que 50% des perce-oreilles ont des pinces de plus de 6.5 mm (Med) alors que pour 25% d'entre eux la longueur est de moins de 3.5 mm (Q1).

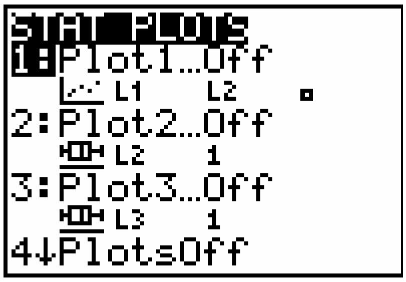
Remarques :

- notons la présence de deux valeurs de l'écart-type : Sx et σx ; rappelons que σx ² est la variance des n valeurs étudiées et que Sx ² est le quotient de la somme des carrés des écarts à la moyenne par n-1 (c'est une estimation sans biais de la variance de la population de laquelle est issu l'échantillon aléatoire des n individus étudiés). La relation nσx ² = (n-1) Sx ² qui relie ces deux valeurs explique pourquoi ici elles ont la même valeur approchée.

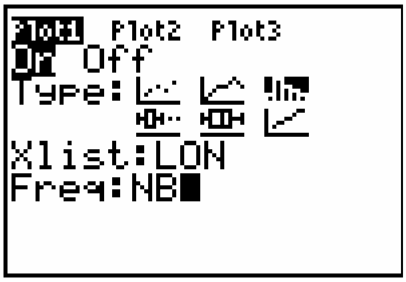
- les écrans des résultats sont obtenus avec un mode d'affichage des nombres décimaux avec deux décimales (dans MODE), ce qui peut expliquer que vous n'obtenez pas forcément le même.

- Représentation graphique.

affiche le menu suivant :

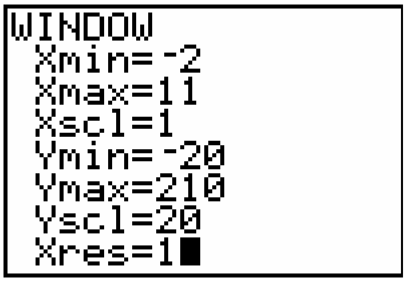


Sélectionnons le premier graphique par 1, complétons les rubriques : nous allons tracer un histogramme des longueurs (la variable LON est à récupérer dans la liste des variables que l'on affiche par) avec les effectifs NB (idem) :

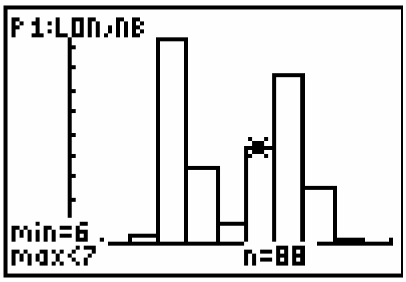


Choisissons une fenêtre d'affichage correcte (par) :

- les valeurs de Xmin, Xmax, Ymin et Ymax sont liées aux données ;
- celle de Xgrad définit la largeur des intervalles de l'histogramme, Ygrad les graduations de l'axe des Y ;
- Xres précise la résolution graphique.

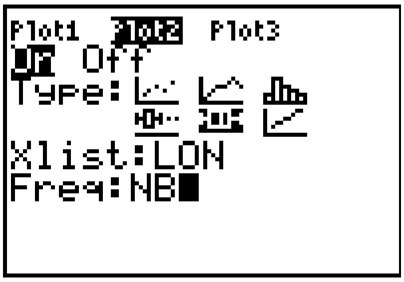


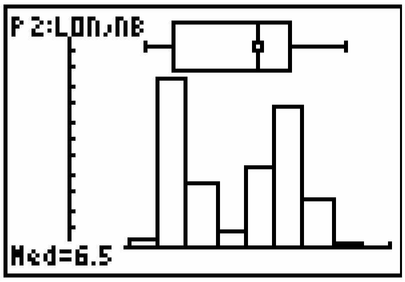
Affichons le graphe (par) et parcourons le (par), pour obtenir l'écran ci-contre, où on peut remarquer que la classe [6, 7[(notons l'affichage) contient 88 individus.



Attention : si vous ne voulez pas que votre représentation graphique soit parasitée par des courbes inattendues, n'oubliez pas de désactiver les fonctions dans le menu .

Il est possible également de représenter la dispersion des données en dessinant une boîte à moustaches (diagramme en boîte), d'autant plus que les calculatrices graphiques permettent de faire les deux dessins sur le même écran. Le premier des deux écrans suivant montre la façon de définir ce graphique (dans 2) et le deuxième donne le résultat obtenu (après une légère modification de la fenêtre d'affichage : Ymax étant égal à 260 pour que la boîte à moustaches ne touche pas le haut de l'histogramme).





Conclusion.

L'observation de l'histogramme (le "trou" autour de 5,5) permet de faire l'hypothèse qu'il existe probablement deux types de perce-oreilles : ceux dont la pince mesure moins de 6 cm et les autres ; la moyenne générale n'a donc que peu de signification et il serait intéressant de faire l'étude des deux sous populations séparément et de vérifier alors la linéarité de la moyenne mais pas celle de la variance ni celle de la médiane.

2. Deuxième exemple : les notes au contrôle de mathématiques

Une classe de 34 élèves est partagée en deux groupes : le groupe 1 comprend 16 élèves et le groupe 2 en a 18. Le professeur de mathématique a fait un travail dont les résultats sont donnés dans la tableau suivant (le travail a été effectué séparément dans chaque groupe et le professeur veut voir si les résultats des 2 groupes sont différents).

Groupe1.

Note	6	7,5	9	10,5	12	14	17,5
Effectif	2	1	3	4	2	3	1

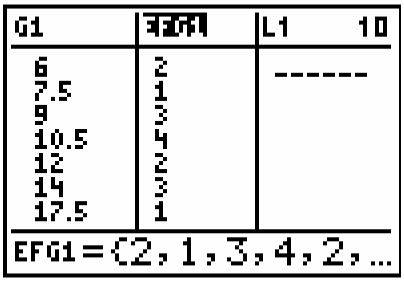
Groupe 2.

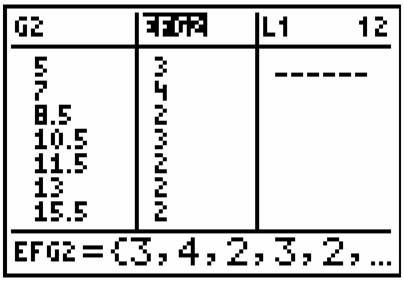
Note	5	7	8,5	10,5	11,5	13	15,5
Effectif	3	4	2	3	2	2	2

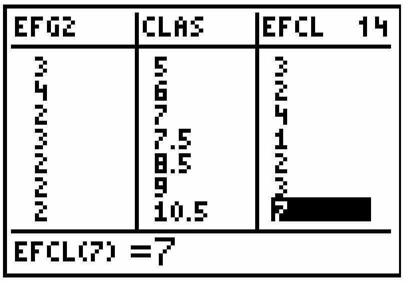
Résumer les résultats pour chaque groupe, puis pour la classe entière ; commenter.

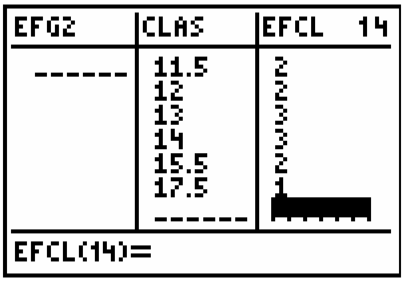
- Solution avec la calculatrice :

1. Entrée des données : (notons simplement les noms pour chacune des listes).



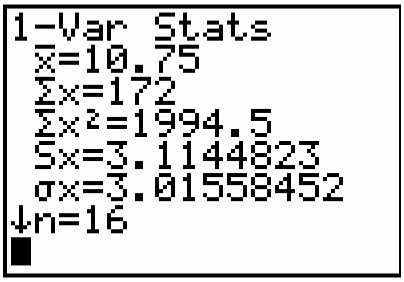


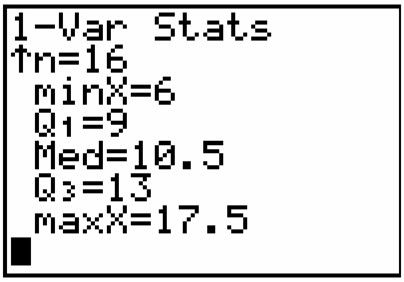




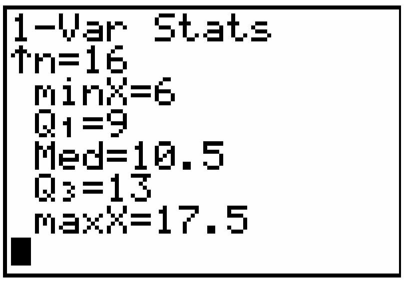
2. Résultats numériques :

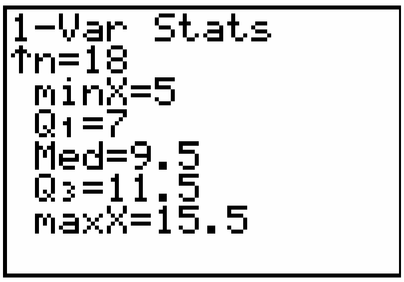
- groupe1 : la moyenne est de 10,75 et la médiane de 10,5.





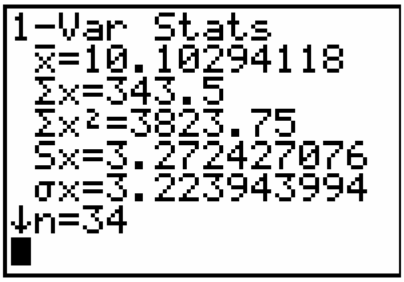
- groupe2 : la moyenne est de 9,53 et la médiane de 9,5

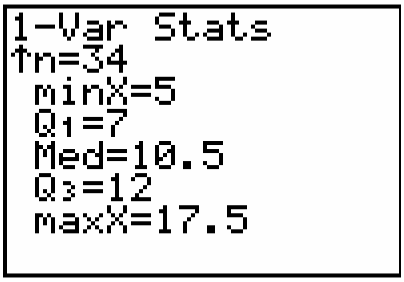




Conclusion :
Il semble donc que les élèves du groupe 2 aient des résultats moins bons que ceux du groupe 1, la distribution semble cependant plus symétrique.

- classe entière : la moyenne est de 10,1 et la médiane de 10,5.



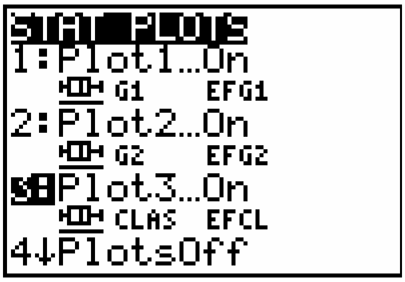


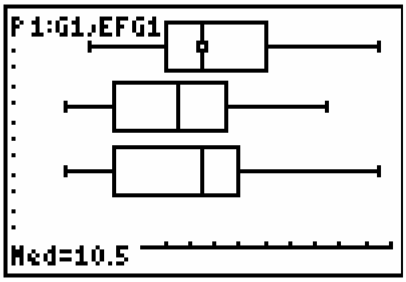
Conclusion :

La médiane de la classe est la même que celle du groupe 1 ; ce n'est donc pas la moyenne des deux médianes. Par contre la moyenne de la classe s'obtient par la formule : (16 * 10,75 + 18 * 9,9) / 34 (moyenne arithmétique des 2 moyennes pondérées par les effectifs des groupes).

3. Résumé graphique.

Le premier écran donne l'état des graphiques statistiques utilisés pour visualiser les distributions et le deuxième donne les résultats obtenus :





On retrouve sur ces graphiques les conclusions émises au paragraphe précédent.

3. Troisième exemple : distance de freinage

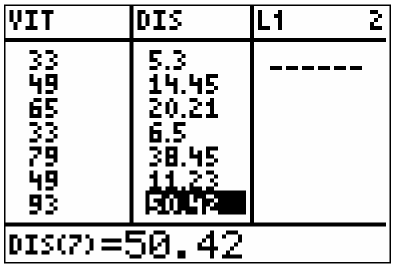
Un test de freinage a été effectué à partir de 7 voitures. Les résultats de ce test sont donnés par le tableau suivant :

N° de voiture	1	2	3	4	5	6	7
vitesse (km/h)	33	49	65	33	79	49	93
distance (m)	5,30	14,45	20,21	6,50	38,45	11,23	50,42

Étudier ces données et déterminer la distance nécessaire à l'arrêt d'une voiture lancée à 100 km/h.

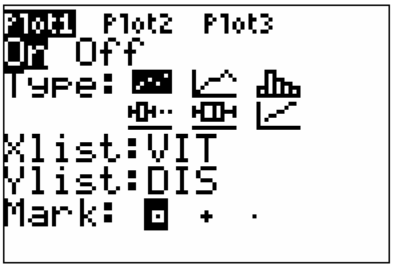
1. Entrée des données.

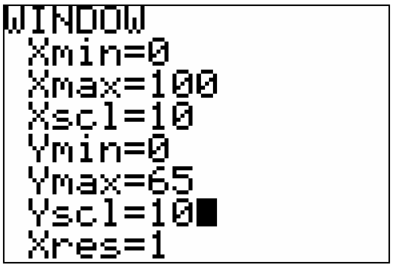
En utilisant les procédures mises en œuvre dans les paragraphes précédents (en particulier l'insertion des listes et la possibilité de nommer les listes avec des noms explicites) nous pouvons obtenir l'écran suivant :

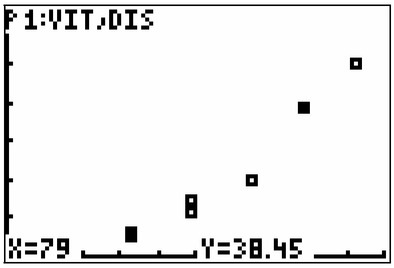


2. Représentation graphique du nuage de points.

Les trois écrans suivants donnent la démarche à suivre pour obtenir la représentation graphique du nuage des points :

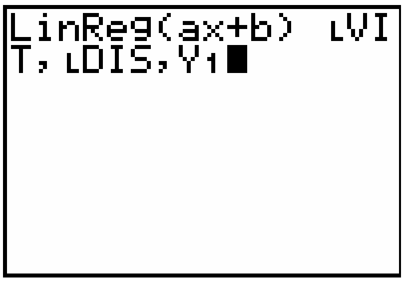


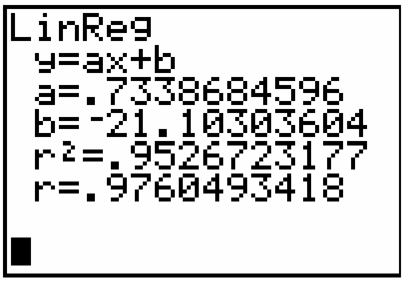


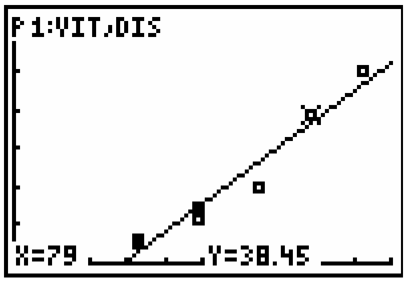


L'observation du nuage permet de penser qu'il est possible d'approcher ce nuage par une droite ; c'est ce que nous allons faire en faisant une régression linéaire.

3. Ajustement linéaire par la méthode des moindres carrés.





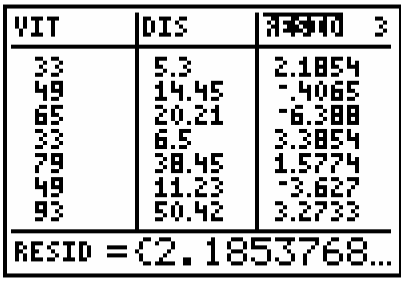


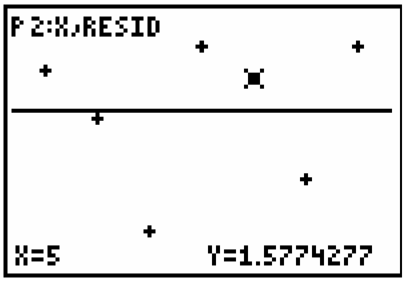
Commentaire :.

- le premier écran indique que nous ajustons le nuage (VIT, DIS) par une droite dont nous stockons une équation en Y1.
- le deuxième écran donne les résultats : une équation de la droite de régression (au sens des moindres carrés) est DIS = 0,73*VIT - 21,1 ; le coefficient de corrélation est 0,976 ce que l'on a coutume de qualifier de bon ; r^2 vaut 0,95 ce que nous pouvons traduire par " le modèle affine permet d'expliquer 95% de la variabilité de la distance de freinage en fonction de la vitesse"
- le troisième écran donne le nuage de points et la droite d'ajustement obtenue.

Peut-on mesurer la qualité de cet ajustement ?

- pour répondre à cette question nous pouvons étudier les résidus (différences entre l'expérience et le modèle) ; lors d'un calcul d'un ajustement, la TI crée une liste des résidus (elle s'appelle RESID et est accessible dans la liste [LIST] de toutes les listes). Représentons cette liste : en abscisse figurera la valeur de X, numéro de la voiture et en Y la valeur du résidu correspondant. C'est ce qu'illustrent les deux écrans suivants :

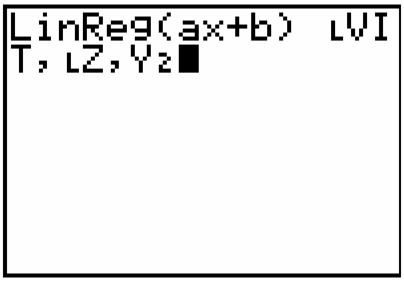


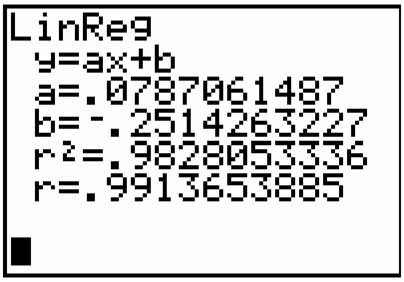


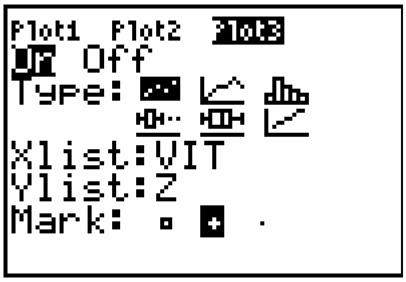
Commentaire :
Les résidus semblent bien répartis autour de 0. Nous pouvons cependant remarquer que 7 points c'est un peu faible et que les résultats ne peuvent que très difficilement être étendus ? Nous allons cependant poursuivre cette étude en nous demandant s'il n'est pas possible d'envisager un autre modèle.

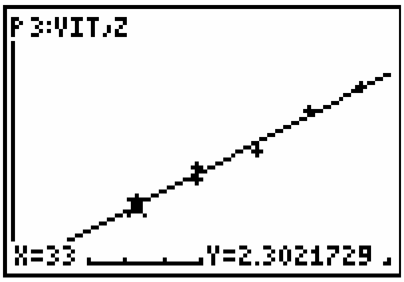
4. Autre modèle.

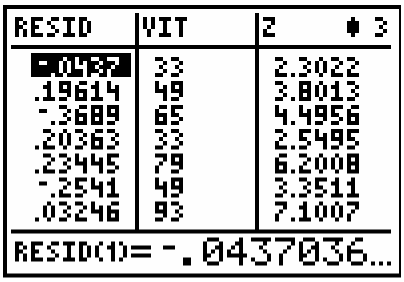
Soit z la racine carrée de la distance. Etudions la série (vitesse, z).
Nous allons procéder comme précédemment et effectuer une régression linéaire au sens des moindres carrés avec le nuage (vitesse, z).
Les six écrans suivants donnent les résultats qu'il suffit alors de commenter en comparant avec les précédents.

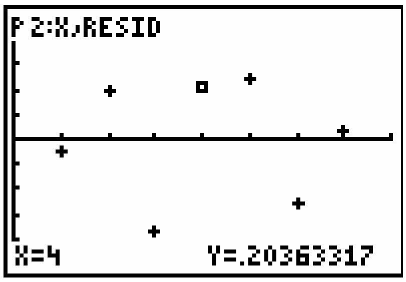












Commentaires :

- Notons que nous avons stocké l'équation de la droite de régression dans Y2 (afin d'utiliser simultanément les deux, le cas échéant)

- Le deuxième écran donne les résultats : une équation de la droite de régression (au sens des moindres carrés) est z = √y = 0,079*VIT - 0,251 ; le coefficient de corrélation est 0,991 ce qui est supérieur au précédent ; r² vaut 0,99 ce que nous pouvons traduire par " le modèle affine permet d'expliquer 99% de la variabilité de z (racine carrée de la distance de freinage) en fonction de la vitesse"

- Les trois derniers écrans visualisent le nuage de points et la droite d'ajustement obtenue ainsi que la distribution des résidus.

- Pour terminer, déterminons la distance de freinage que l'on peut estimer, pour une voiture roulant à 100km/h , à partir de chacun des deux modèles.

Le modèle linéaire donne une valeur estimée de 52m alors que le modèle utilisant la racine carrée estime cette distance à 58m.

```
Y1(100)
      52.28380992
Y2(100)^2
      58.05203412
```

4.2 SIMULATION ET FLUCTUATION D'ÉCHANTILLONNAGE

Dans les propositions de thèmes d'étude du programme de seconde il est mentionné : "*simulation de lancer de deux dés identiques et distribution de la somme des faces*". La fonction rand de la TI permet de faire cette simulation sans aucune difficulté.

1. Premier exemple : pile ou face.

La fonction 1:rand de la rubrique PRB du menu simule une variable aléatoire suivant une loi uniforme sur [0, 1[. Elle permet donc de simuler, en particulier, toute variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli, et plus particulièrement le jeu de Pile ou Face : il suffit de décider que si le nombre est inférieur à 0,5 on obtient Pile et sinon c'est face. C'est ce que nous allons faire ici.
A noter que randInt(0,1) simule directement une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli de paramètre 0,5 (pile ou face).

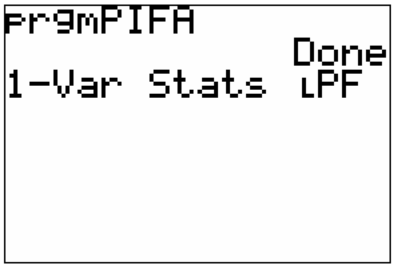
Simulons le lancer de 200 pièces de monnaie et calculons la fréquence d'apparition de "pile" ; répétons 50 fois cette expérience et rangeons les résultats dans une liste (que nous appellerons PF). Il nous restera alors à étudier cette liste pour mettre en évidence les fluctuations d'échantillonnage.

Le programme : J compte le nombre d'expériences (une expérience est le lancer de 200 fois une pièce) ; I compte le nombre de fois où je lance la pièce ; X compte le nombre de "pile" et stocke la fréquence dans la case J de la liste PF.

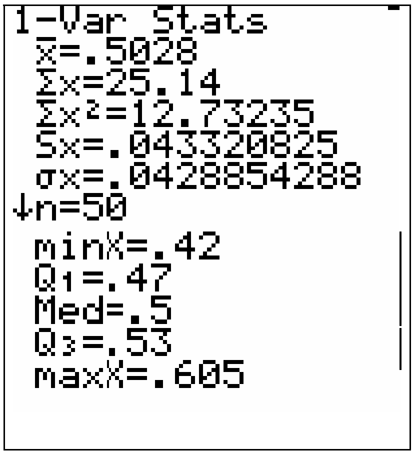
```
PROGRAM:PIFA
:For(J,1,50)
:0→X
:For(I,1,200)
:If rand<.5
:Then
:X+1→X
:End
:End
:(X/200)→LPF(J)
:End
```

Pour exécuter le programme, il suffit d'utiliser la rubrique EXEC du menu

Après quelques minutes d'exécution, il est possible d'analyser les résultats par la fonction 1-Var Stats de la rubrique CALC, du menu

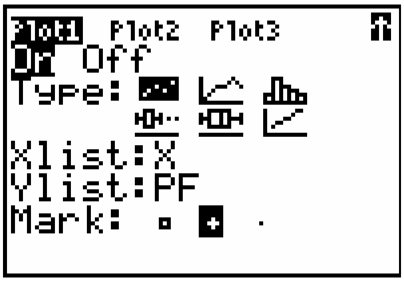


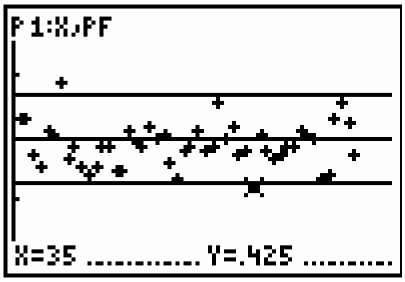
Les résultats numériques s'affichent.
on peut visualiser la liste complète LPF dans le menu).



- il est intéressant de noter que la moyenne des 50 expériences est 0,5028... à comparer à 1/2 !! et que la médiane est 0,5 !!
- la distribution de ces fréquences illustre parfaitement la variabilité, autrement dit la fluctuation d'échantillonnage... la fréquence varie de 0,42 à 0,605 (on note la dissymétrie !!).
- le programme de seconde donne $\left[p-\frac{1}{\sqrt{n}} ; p+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ pour approximation d'un intervalle de confiance au niveau de 95% ; dans notre exemple cet intervalle est :]0,429 ; 0,571[.

- Nous allons représenter graphiquement ces résultats en visualisant les droites d'équation Y=0,5 ; Y=0,429 ; Y=0,571 et les 50 valeurs expérimentales de p. Le premier des deux écrans suivants montre la préparation du graphique (les 3 fonctions constantes ont été entrées directement dans le menu Y= et la liste X contient les entiers de 1 à 50 rentrés avec seq(X,X,1,50,1)>X) ; le deuxième affiche les résultats obtenus avec une fenêtre d'affichage où X∈ [0 ; 55] et Y ∈ [0,3 ; 0,7].



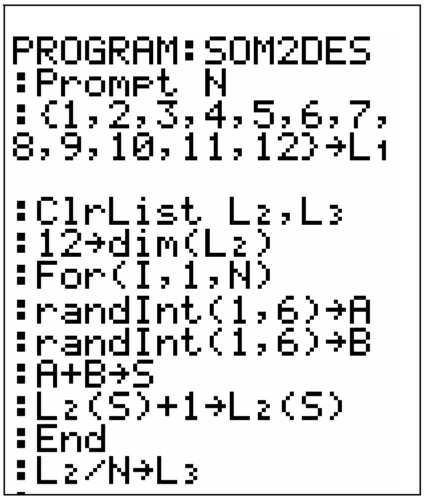


Conclusion : la fluctuation d'échantillonnage a été ainsi mise en évidence et on peut constater que sur nos 50 expériences, seules 2 sortent de l'intervalle de confiance au niveau 95% !!!

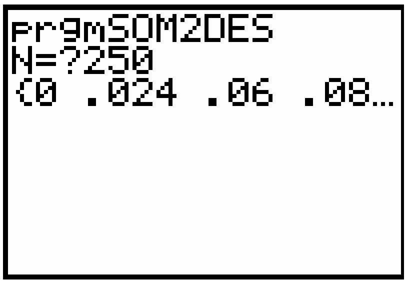
2. Deuxième exemple : jeu de dés

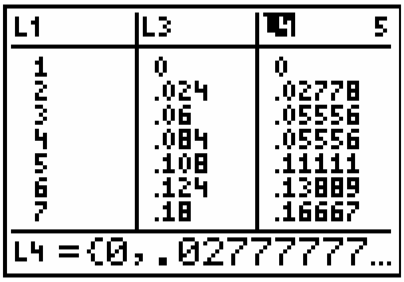
Reprenons la même idée mais en simulant le lancement de deux dés en nous intéressant à la somme des chiffres affichés sur les deux dés. Le programme "SOM2DES" permet de simuler le lancer de deux dés semblables n fois de suite et consigne les résultats (fréquences d'apparition des sommes) dans une liste (ici L3) qu'il suffit ensuite d'étudier comme une série statistique ordinaire, et la comparer à la liste des fréquences théoriques.

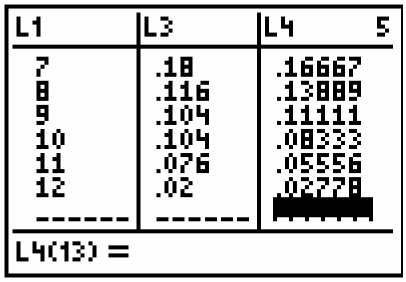
1. Le programme : la liste L1 contient les résultats possibles pour la somme de deux dés (1 a été gardé par souci de simplicité mais bien évidemment sa fréquence sera toujours égale à 0) ; la liste L2 contient les effectifs et L3 les fréquences d'apparition.



2. Les 3 écrans suivants donnent les résultats issus de l'exécution de ce programme avec N=250 (la liste L4 contient les fréquences théoriques {0, 1/36, 2/36, 3/36, 4/36, 5/36, 6/36, 5/36, 4/36, 3/36, 2/36, 1/36} qu'il est possible de comparer avec celles de L3 qui ont été obtenues lors de la simulation).





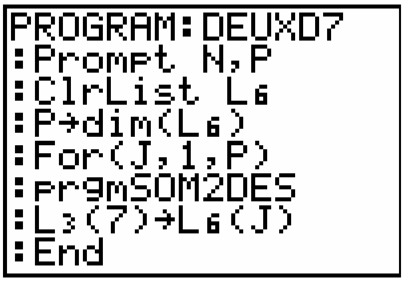


3. Fluctuations d'échantillonnage.

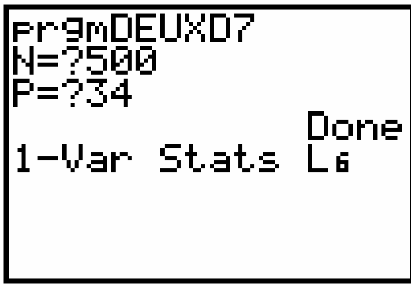
- Il est possible de faire exécuter (ou de faire lancer de vrais dés) à chaque élève, ce programme avec 500 lancers par exemple, et de noter la fréquence d'apparition d'une somme égale à 7 (le mode de la série des résultats). On obtient ainsi une liste de 34 résultats (34 élèves dans la classe) qui peuvent être considérés comme les résultats de 34 échantillons différents issus de la même population. Sachant que la fréquence du 7 dans la population est 1/6, il est alors possible de voir si les résultats obtenus dans chaque échantillon sont ou non éloignés de cette valeur.

- Pour simuler cette expérience écrivons le programme "DEUXD7" qui permet de répéter P fois l'expérience : je lance N fois 2 dés dont je fais la somme, et je note la fréquence d'apparition de la somme égale à 7. Utilisons ce programme avec N=500 et P=34 pour obtenir, par exemple les résultats consignés dans la liste L6.

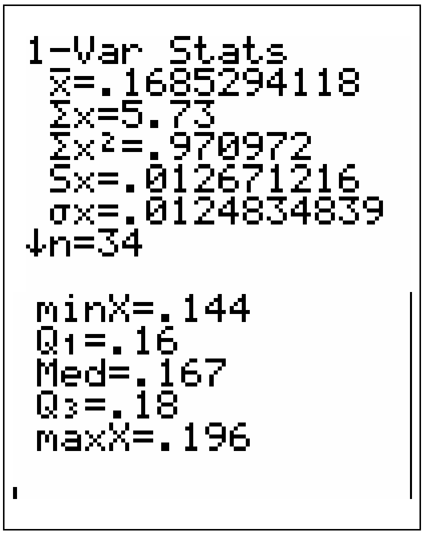
- Le programme DEUXD7 fait appel au programme SOM2DES, c'est le programme précédent où l'instruction PROMPT a été effacée. L'écran suivant donne le programme DEUXD7



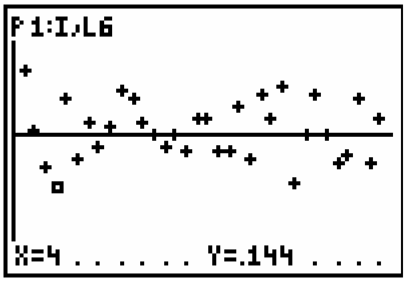
- Nous avons pris ici N=500 et P=34 (la machine a tourné plusieurs minutes : répéter 34 fois le lancer de 500 fois deux dés prend du temps).



- S'affichent les résultats : toutes les fréquences sont comprises entre 0,144 et 0,196 ; leur moyenne est de 0,1685 (à comparer avec 1/6) ; la moitié de ces résultats est supérieur à 0,167...



- le troisième écran avec, en abscisse les valeurs de i et en ordonnée les valeurs de L6(i), visualise les 34 valeurs obtenues (la 4ème est 0,144), la droite horizontale a pour équation Y=1/6 ; on note ainsi une bonne répartition autour de la valeur théorique 1/6 :



Remarque :

Il est bien sûr possible de faire le même travail avec, par exemple, la somme égale à 2 pour laquelle la valeur théorique est plus éloignée de 0,5 (1/36) et qui donnerait probablement des résultats moins bien distribués autour de cette fréquence théorique.

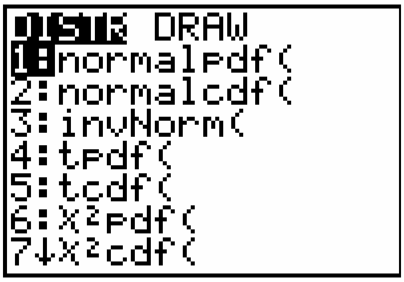
4.3 LOIS DE PROBABILITÉ ET TESTS

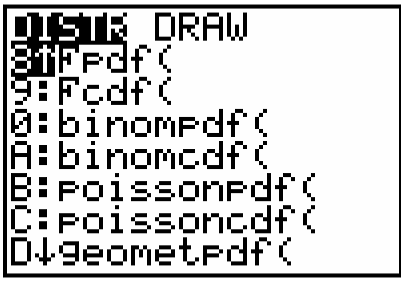
1. Jeu de dé

Je lance 500 fois un dé non truqué et je compte le nombre de fois où j'obtiens 6. Ce nombre est la réalisation d'une variable aléatoire X dont on demande la distribution, l'espérance et la variance. Calculer les probabilités p_1 et p_2 suivantes: $p_1 = P(X \leq 83)$ et $p_2 = P(78 < X \leq 89)$.

Nous allons utiliser ici les fonctions du menu DISTR ( ).

- Observons l'écran DISTR :





Commentaires :

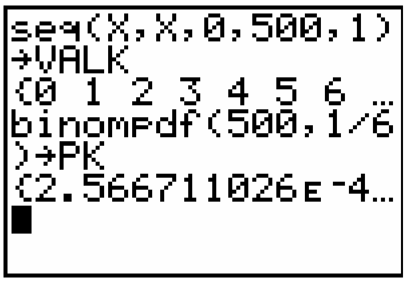
1 donne f(x) ; 2 donne P(X<x) ; 3 donne k tel que P(X<k) = p pour p donné où X suit une loi normale définie par moyenne et écart-type (f étant la densité) ; 4 donne f(x) et 5 donne P(a<X<b) où X suit une loi de Student définie par le nombre de degrés de liberté ; 6 donne f(x) et 7 donne P(a<X<b) où X suit une loi du Khi 2 définie par le nombre de degrés de liberté ; idem pour 8 et 9 où X suit une loi de Fisher définie par les nombres de degrés de liberté ; 10 donne P(X=k) et A donne $P(X \leq k)$ (k pouvant être une liste) où X suit une loi binomiale définie par n et p ; idem pour B et C où X suit une loi de Poisson définie par m ; idem pour D et E où X suit une loi géométrique définie par p.

- Entrons les données :

- dressons la liste des valeurs possibles pour X (appelons-la Valk); utilisons pour cela la possibilité offerte par la TI de définir une liste par seq (accessible par S puis 9 fois)

- dressons la liste des probabilités (P(X = k)) associées (appelons la Pk); utilisons pour cela binompdf (l'option 0 du menu) ; en effet X suit une loi binomiale de paramètres 500, 1/6.

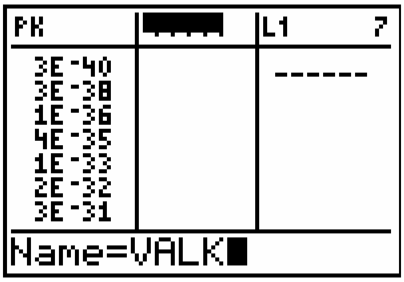
Notons que cela prend quand même une dizaine de secondes.

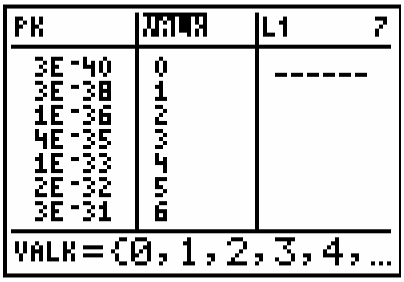


- Visualisons les résultats :

Nous avons choisi de nommer les listes autrement que L ; il faut donc les insérer dans l'éditeur de données 1 :Edit (pour ouvrir l'éditeur statistique où n'apparaissent que les listes Li) :

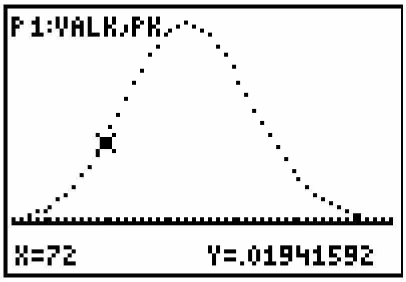
- (pour monter sur L1), (qui fait alors apparaître une invite à entrer un nom), (qui fait apparaître les nom des listes disponibles), 7 ou 8 (pour PK),
- (pour décaler le curseur vers la droite), puis à nouveau et suivi du numéro de la deuxième liste à insérer (VALK) ; il suffit alors de les faire défiler pour obtenir le deuxième écran (où l'on peut lire, par exemple que P(X=80)=0.045) :





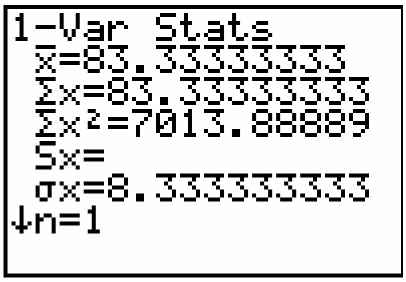
Il est bien entendu possible de visualiser les données par un graphique.
Définissons, conformément à l'écran suivant, les paramètres graphiques ( ) permettant de tracer la courbe (k, P(X=k)) :
Les noms des listes ont été obtenus comme précédemment (LIST).

Définissons une fenêtre ( ) de visualisation adéquate (60<X<110 et -0.01<Y<0.05).
permet alors d'obtenir le graphique que l'on peut parcourir avec ou pour obtenir, l'écran suivant (par exemple) :
Nous pouvons remarquer que la probabilité de faire 72 fois un 6 est environ de 0.02.



- Calculons l'espérance et la variance de X :

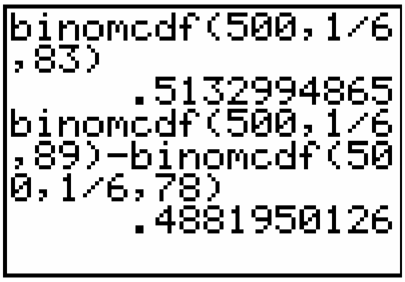
Utilisons 1 PK 1 VALK pour obtenir (après quelques secondes) :



Conclusion: l'espérance de X est donc 83.33 soit 500/6, ce qui n'est pas vraiment une surprise, l'écart-type de X est 8.33 soit 50/6 qui n'est pas non plus une surprise.

- Calculons les probabilités p_1 et p_2 :

Comme nous l'avons vu précédemment le menu permet de faire ces calculs directement puisque :
$p_1 = P(X \leq 83) = F(83)$ et
$p_2 = P(78 < X \leq 89) = F(89) - F(78)$.



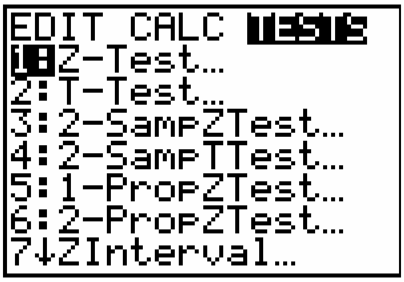
Effectuons ces calculs conformément à l'écran suivant :

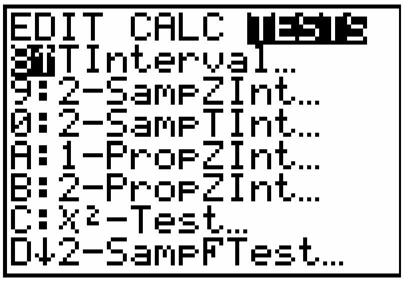
Conclusion : $p_1 = 0.513$ et $p_2 = 0.488$.

2. Sondage politique

Dans un échantillon de 200 électeurs, 52% ont voté pour A. Donner un intervalle de confiance à 95% pour la fréquence des votes de toute la population en faveur du candidat A.

Observons le contenu du menu TESTS, permet d'afficher l'écran suivant :



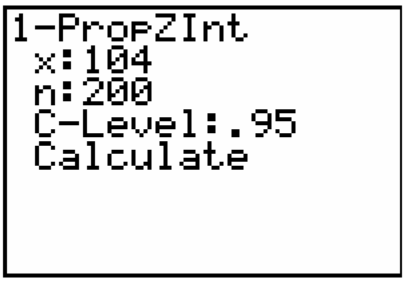


Commentair :
Les TI proposent toute une gamme de fonctions comme estimation d'une moyenne (1, 2, 7 et 8), comparaison de deux moyennes (3, 4, 9 et 0), estimation d'une proportion (5 et A), comparaison de proportions (6 et B), test du Khi² (C), test sur les coefficients d'une droite de régression (E) et analyse de la variance (F).

Nous allons utiliser ici la fonction A : PropZint.

- Entrons les données :

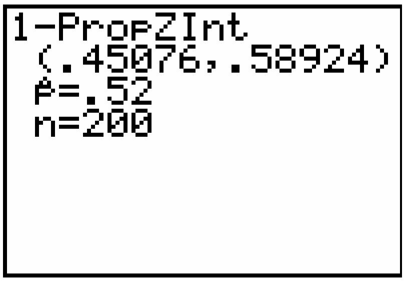
52 % de 200 personnes, soit 104 ont voté pour A, c'est cela que nous allons utiliser pour estimer (avec un certain risque - ici 5% -) la proportion dans la population des électeurs de A ; c'est la fonction A qui va nous donner la réponse :



Noter que nous avons donné l'effectif et non la fréquence.

- Résultats :

En appuyant sur ENTER lorsque le curseur clignote sur Calculate on obtient alors :



Conclusion :
Au seuil de confiance de 95% (ou au risque de 5%) le pourcentage de voix obtenu par A est compris entre 45% et 59% ; il n'est donc pas possible d'affirmer qu'il sera élu. Il est facile de vérifier par un calcul analogue qu'avec un échantillon de 2500 personnes l'intervalle de confiance au risque de 5% est [0.50,0.54] ce qui permet d'affirmer, au risque de 5% que A sera élu.

Remarque : le programme de seconde donne $\left[p-\frac{1}{\sqrt{n}};p+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ pour approximation d'un intervalle de confiance au niveau de 95%, mais cette approximation n'est valable que pour p voisin de 0,5 (entre 0,3 et 0,7).

3. Tests du Khi 2

a) Les deux caractères sont-ils indépendants ?

Une compagnie d'assurances essaye de voir si le nombre d'accidents (même les simples accrochages) est lié à l'âge du conducteur. Pour ce faire elle fait le point sur la dernière année : le tableau suivant donne la répartition, pour les 4194 assurés de son agence principale, du nombre d'accidents selon l'âge.

		Age du conducteur					
		Moins de 25 ans	[25 ; 35[	[35 ; 50[	[50 ; 65[	Au moins 65 ans	Total
Nb. d'accidents	0	748	821	786	720	672	3747
	1	74	60	51	66	50	301
	Au moins 2	40	35	28	21	22	146
	Total	862	916	865	807	744	4194

Peut-on dire que le nombre d'accidents dépend de l'âge ?

Si on suppose que les deux caractères, nombre d'accidents et âge, sont indépendants, on obtient le tableau (des effectifs théoriques, sous l'hypothèse d'indépendance) suivant :

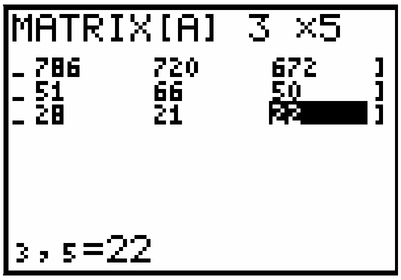
		Age du conducteur				
		Moins de 25 ans	[25 ; 35[	[35 ; 50[	[50 ; 65[	Au moins 65 ans
Nb. d'accidents	0	770,1	818,4	772,8	721,0	664,7
	1	61,9	65,7	62,1	57,9	53,4
	Au moins 2	30,0	31,9	30,1	28,1	25,9

Le but est de déterminer si la « distance » entre les deux tableaux est suffisamment petite pour être « négligeable » ; c'est le principe du test du Khi 2.

Remarque : 770,1 = 3747*862/4194…
On peut noter que tous les effectifs théoriques sont au moins égaux à 5, ce qui nous permet d'utiliser le test du Khi 2 d'indépendance.

- Première étape.

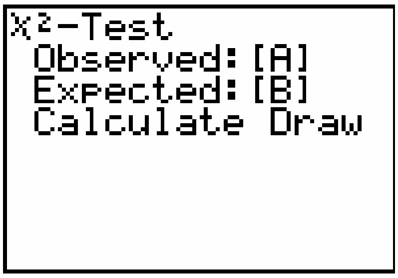
Il suffit d'entrer les données observées (dans une matrice, A par exemple) ; lors de l'utilisation du test, la calculatrice déterminera la matrice des données théoriques (qu'elle stockera dans une matrice déterminée par l'utilisateur) sous l'hypothèse d'indépendance et calculera la probabilité critique (plus elle est petite, plus on sera amené à considérer que l'hypothèse d'indépendance ne peut être conservée)

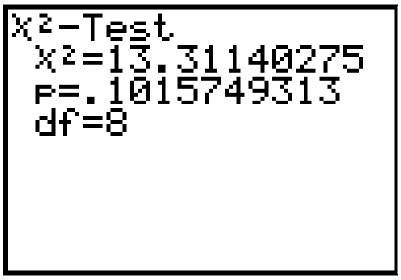


- Deuxième étape.

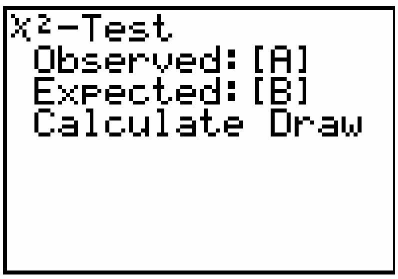
Il suffit alors d'utiliser le test du Khi2 : rubrique C : X^2-Test du menu TESTS.

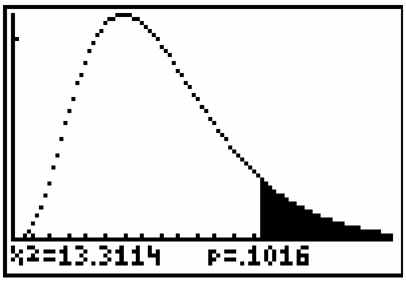
  - Première option : Calculate (on passe d'un écran à l'autre en validant l'option Calculate par ENTER)





  - Deuxième option : Draw (on passe d'un écran à l'autre en validant l'option Draw par ENTER)

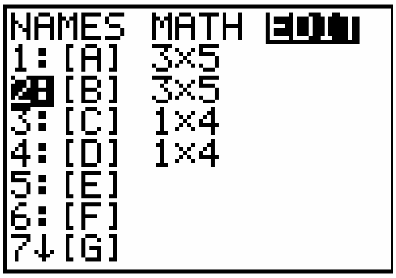


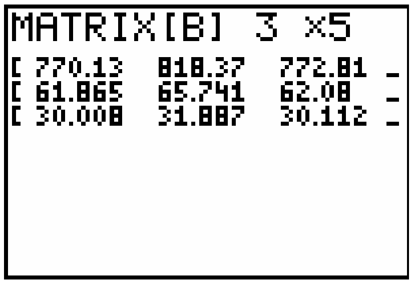


Les deux options donnent le même résultat : la distance entre les deux tableaux est de 13,31 et pour une variable aléatoire suivant une loi du Khi 2 à 8 degrés de liberté ((5-1)×(3-1)) la probabilité d'obtenir une distance supérieure ou égale à cette valeur est de 0,1016, ce qui n'est pas extraordinaire (ou pas rare) malgré l'hypothèse d'indépendance, qu'il n'y a donc pas lieu de rejeter.

- Troisième étape.

La probabilité critique est de 0,1016 : les fluctuations d'échantillonnage sont telles que sous l'hypothèse d'indépendance, la probabilité que la distance entre le tableau observé et le tableau théorique (qu'il est possible de visualiser en affichant la matrice B, comme le montrent les deux écrans suivants) soit inférieure ou égale à celle que nous avons obtenue est de 0,1 : il n'y a pas lieu, au risque de 5 %, de rejeter l'hypothèse d'indépendance. Avec les données observées, la compagnie d'assurances peut dire, avec une confiance de 95 %, que l'âge du conducteur et le nombre d'accidents sont deux caractères indépendants.





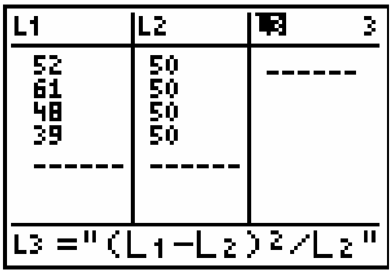
Le dernier écran donne bien les valeurs théoriques calculées précédemment.

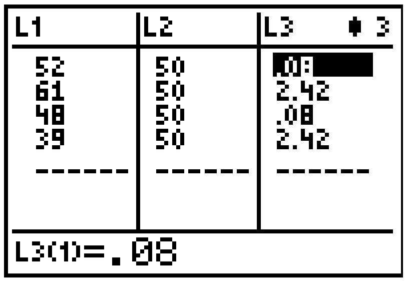
b) Adéquation à une loi.

Un fabricant de bonbons certifie que dans les paquets qu'il distribue il y a quatre variétés uniformément réparties. Lors d'un contrôle de qualité fait sur un paquet qui contenait 200 bonbons on a trouvé 52, 61, 48 et 39 bonbons de chacune des variétés. Le mélange est-il homogène ?

Il s'agit simplement de comparer la distribution observée à la distribution théorique (sous l'hypothèse d'uniforme répartition) et comme précédemment de calculer la « distance » entre ces deux distributions.

- Première étape : entrée des données et calcul de la distance du Khi 2.

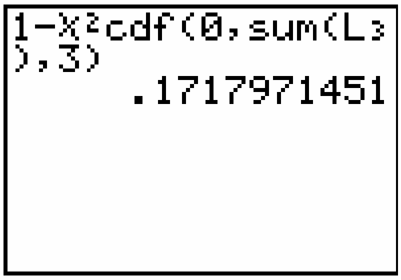




Noter que dans le calcul des distances nous avons utilisé les ″ qui lient les listes (toute modification d'une des listes entrant dans la formule entraînera la modification correspondante dans la liste L3).

- Deuxième étape : calcul de la probabilité critique.

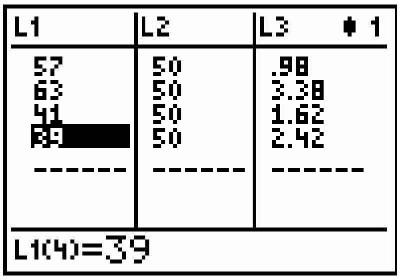
La liste L3 contient les distances et sa somme est donc la valeur du Khi 2 ; il s'agit (comme pour le test d'indépendance, de calculer la probabilité critique : probabilité d'obtenir, sous l'hypothèse d'uniforme répartition, une distance inférieure ou égale à celle observée). Il suffit pour cela d'utiliser la fonction de répartition de la loi du khi 2 à 3 degrés de liberté (rubrique 7 –X²cdf- du menu DISTR).

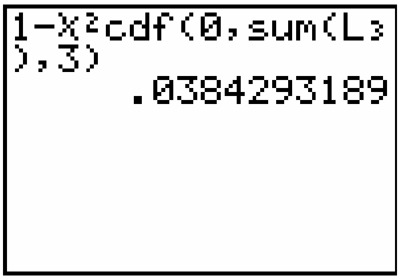


- Troisième étape : conclusion.

La probabilité critique de 0,17 ne permet pas de rejeter l'hypothèse d'uniforme distribution.

Remarque : si on avait obtenu 57, 63, 41, 39 la probabilité critique aurait été plus faible (0,038) ; la probabilité que cette observation résulte d'une distribution uniforme est de moins de 5% : il est peu probable que le paquet de 200 bonbons provienne de cette entreprise, ou alors il y a eu un problème lors de l'ensachage.
C'est ce qu'illustrent les écrans suivants :





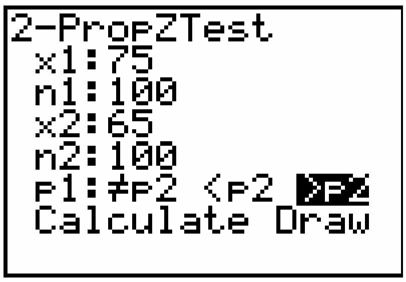
Remarque : il n'y a eu besoin que de modifier les valeurs de la liste L1 et le rappel de la formule de la probabilité critique se fait par ENTRY.

4. Comparaison d'efficacité de deux médicaments

Deux groupes A et B sont formés de 100 malades chacun. Un médicament x (respectivement y) est administré au groupe A (B respectivement). A la fin du traitement 75 personnes de A et 65 personnes de B sont guéries. Peut-on affirmer au risque de 5% que le médicament x est plus efficace que y ? Au risque de 10% ?

- Entrons les données :

A partir du menu TESTS (exemple précédent) choisissons l'option 6 : 2-PropZTest qui permet de comparer deux proportions :

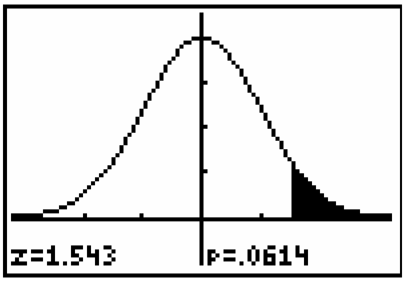


Nous testons l'hypothèse H0, $p_1 = p_2$ (les 2 traitements ont la même efficacité) contre l'hypothèse alternative (ici on a le choix) $p_1 > p_2$ (x est plus efficace que y). Sous H0 la statistique T suit une loi normale centrée réduite.

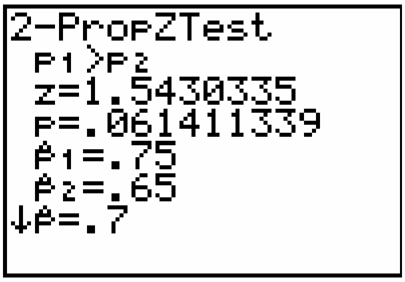
- Visualisons les résultats.

L'écran précédent nous offre deux possibilités de représentation des résultats que nous allons exploiter tour à tour :

Draw donne :



Calculate donne :



La statistique observée est égale à 1.543 et P(T>1.543) = 0.0614 ce qui est supérieur à 0.05 (5%) : au seuil de 5% il n'est donc pas possible de rejeter l'hypothèse H0 ; vérifier par contre, qu'au seuil de 10% on peut rejeter H0.

Conclusion :

Au risque de 5% il n'est pas possible de déclarer que x est plus efficace que y mais au risque de 10% on peut le déclarer.

5. SYSTEMES LINEAIRES ET MATRICES

1. Calculs matriciels

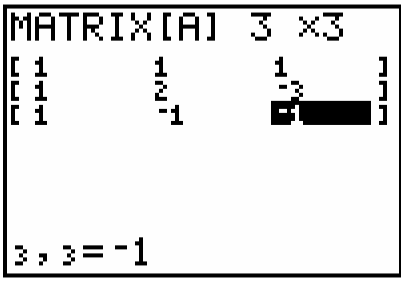
Soient les deux matrices A et B : $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ et $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

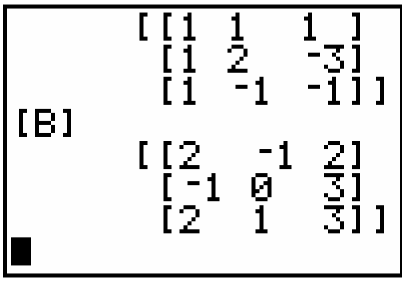
- Entrée d'une matrice

L'éditeur de matrices est accessible par sur TI-82 STATS et TI-83 et par [MATRIX] sur TI-83 Plus et TI-84 Plus.

Pour en sortir et revenir à l'écran d'accueil : .

Pour entrer une matrice, choisir EDIT, entrer la dimension puis les données :

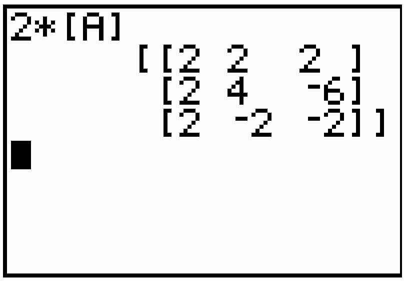




- Multiplication d'une matrice par un réel

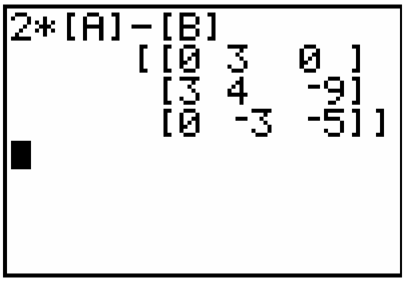
Dans l'écran d'accueil, taper :

[MATRIX] NAMES [A].

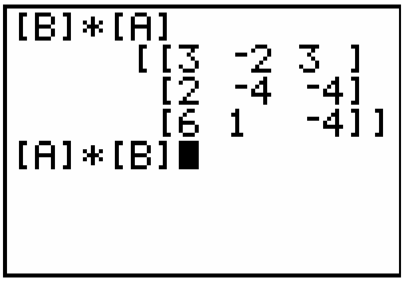


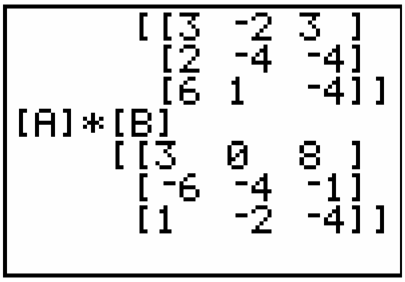
- Somme de 2 matrices

Comme précédemment, il suffit d'aller récupérer [A] et [B] dans le menu [MATRIX], rubrique NAMES.



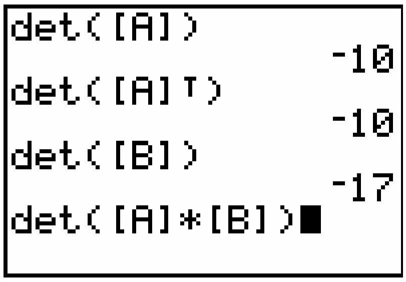
- Produit de 2 matrices :





- Déterminant

La fonction det(se trouve dans la rubrique MATH du menu MATRX (accès direct ou par [MATRIX]).



2. Systèmes d'équations

- Pivot de Gauss

Nous allons traiter un exemple de résolution de système par la méthode du pivot de Gauss.

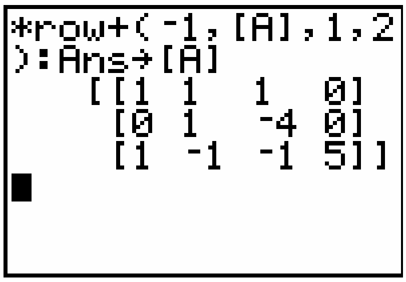
Le système est : $\begin{cases} x+y+z=0 \\ x+2y-3z=0 \\ x-y-z=5 \end{cases}$; il est associé à la matrice $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -3 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$

1) Introduction de la matrice
Dans EDIT, [A], dimensions (3 x 4)

2) Première transformation $L_2 \leftarrow L_2 - L_1$
La syntaxe est : *row+(coefficient, Matrice, ligne à multiplier, ligne à laquelle on ajoute)
Il faut donc taper :

, F:*ROW+(

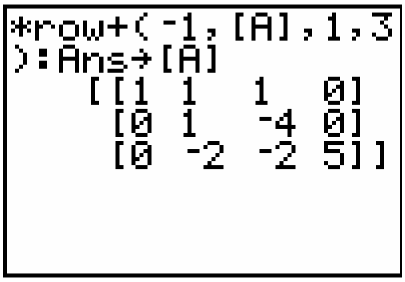
[:]



Et valider par pour lire le résultat

3) Deuxième transformation $L_3 \leftarrow L_3 - L_1$

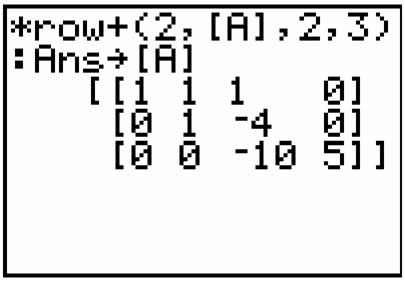
Il suffit de rappeler la dernière instruction avec ,
de remplacer dans *ROW+(-1,[A],1,2) 2 par 3 et de valider par



4) Troisième transformation $L_3 \leftarrow L_3 + 2L_2$

De la même façon, dans *ROW+(-1,[A],1,3) on remplace -1 par 2 et 1 par 2 pour obtenir *ROW+(2,[A],2,3) et de valider par .

Cette dernière matrice permet de conclure que la seule solution est le triplet (2,5 ; -2 ; -0,5) ; en effet :
z = 5/-10 = -1/2 ; y = 4z = 4(-1/2) = -2 et x = -y-z soit x = -2-1/2 = 5/2

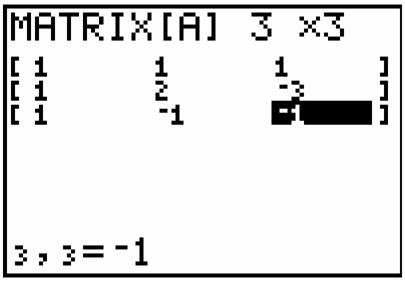


- Résolution matricielle

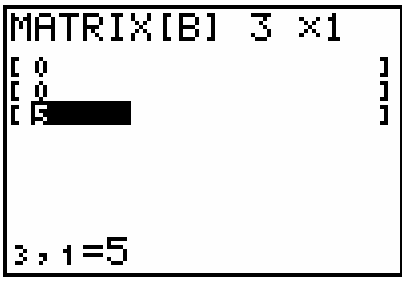
Il est possible de résoudre le système par le calcul matriciel : le système s'écrit [A] [X] = [B] et la solution est [X] = [A] $^{-1}$ [B] avec : $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ et $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$

Mise en œuvre :

- création de la matrice [A] : EDIT 1 :[A]
- entrée de la dimension et des coefficients
- on quitte par

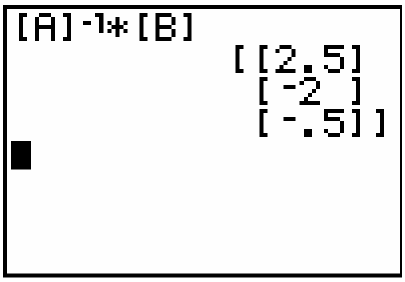


- création de la matrice [B] : EDIT 1 :[A]
- entrée de la dimension et des coefficients
- on quitte par



- Calcul de [X] :

[A] [B]



3. Systèmes d'inéquations (programmation linéaire)

On dispose, pour organiser un pont aérien devant transporter 1600 personnes et 90 tonnes de bagages, de 12 avions de type A et de 6 avions de type B. Les avions de type A, dont la location coûte 4 millions d'euros, peuvent transporter 200 personnes et 6 tonnes de bagage maximum et ceux de type B, dont la location coûte 1 million d'euros, peuvent transporter 100 personnes et 15 tonnes de bagages au maximum. Comment organiser ce pont aérien pour minimiser le coût ?

- Écriture des contraintes.

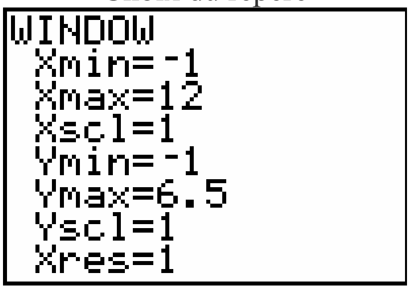
Appelons x le nombre d'avions de type A et y le nombre d'avions de type B nécessaires. Le coût S (en millions d'euros) est alors $4x + y$.
Les contraintes de l'énoncé sont :

  - x et y sont des entiers
  - $x \leq 12$ et $y \leq 6$ (disponibilité des avions)
  - $200x + 100y \geq 1600$ (obligation de transporter toutes les personnes)
  - $6x + 15y \geq 90$ (obligation de transporter tous les bagages)

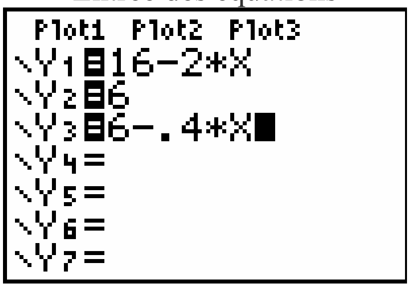
- Représentation graphique des contraintes.

L'équation $200x + 100y = 1600$ se simplifie et s'écrit $y = 16 - 2x$ (en Y_1) et $6x + 15y = 90$ s'écrit $y = 6 - 0{,}4x$ (en Y_3).

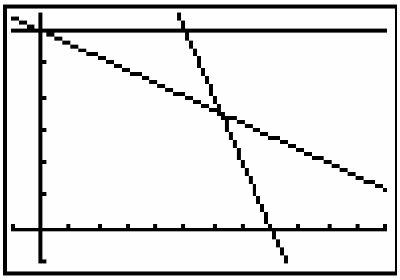
Choix du repère



Entrée des équations



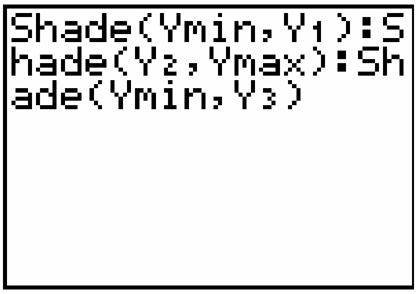
Tracé



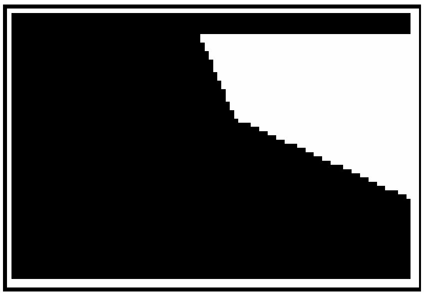
- Visualisation du polygone des contraintes.

L'inéquation $200x + 100y \geq 1600$ s'écrit alors $y \geq 16 - 2x$ et donc le demi-plan utile est celui qui est au "dessus" de la droite d'équation $y = 16 - 2x$; nous allons hachurer le demi-plan inutile.
De même l'inéquation $6x + 15y \geq 90$ s'écrit alors $y \geq 6 - 0{,}4x$ et donc le demi-plan utile est celui qui est au "dessus" de la droite d'équation $y = 6 - 0{,}4x$; nous allons hachurer le demi-plan inutile.
La partie du plan non hachurée est donc l'ensemble des points dont les coordonnées vérifient les contraintes de l'énoncé. Il faut donc chercher dans cet ensemble un point à coordonnées entières qui minimise la fonction coût.

On hachure les zones inutiles



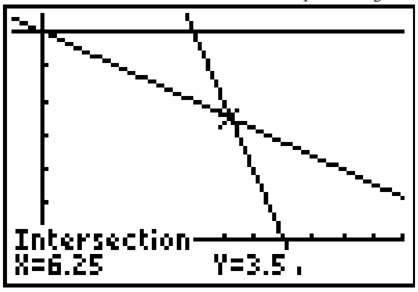
Le polygone des contraintes



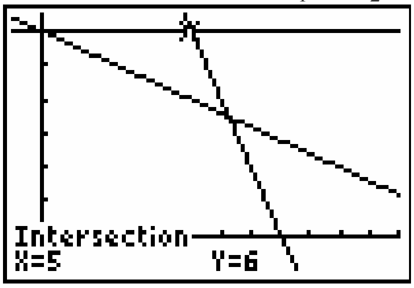
- Solution du problème.

a. Cherchons les coordonnées des sommets du polygone des contraintes.

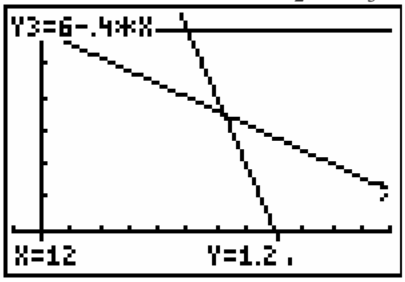
A : intersection de D_1 et D_3



B : intersection de D_1 et D_2



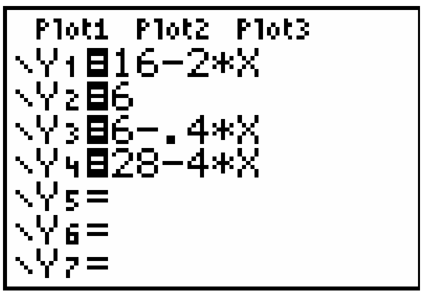
D : intersection de D_2 et D_3

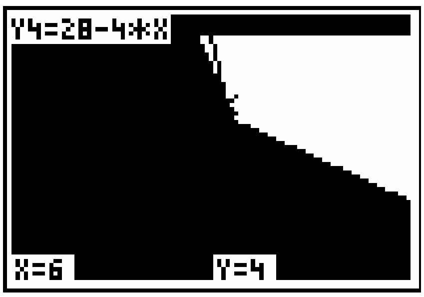


Les valeurs des coordonnées obtenues sont bien sûr des valeurs approchées, mais un calcul permet de montrer qu'en l'occasion ce sont aussi les valeurs exactes. On observe donc que le polygone "utile" est le polygone ABCD avec A(6,25 ; 3,5) ; B(5 ; 6) ; C(12 ; 6) et D(12 ; 1,2)

Remarque : les coordonnées de C sont bien évidemment immédiates.

b. Il faut donc chercher, dans ce polygone (frontières comprises) un point à coordonnées entières qui minimise le coût : le coût S est 4x +y ; l'équation S = 4x + y s'écrit y = S – 4x. Il faut donc chercher la droite de cette famille (toutes les droites de cette famille sont parallèles) qui coupe le polygone précédent en un point à coordonnées entières et qui soit telle que S soit le plus petit possible : S étant l'ordonnée à l'origine de la droite il faut donc trouver la droite de cette famille qui coupe le polygone en étant la plus "basse" possible ; les « environs » du point A semblent correspondre à ce que nous cherchons.
Le point (6 ; 3) donne S = 29 ; le point (6 ; 4) donne S = 28 ; le point (7 ; 3) donne S = 31… ce qui nous permet de tracer la droite correspondant à S = 28 et d'observer que la solution au problème est donc 6 avions de type A et 4 avions de type B pour un coût de 28 millions d'euros.





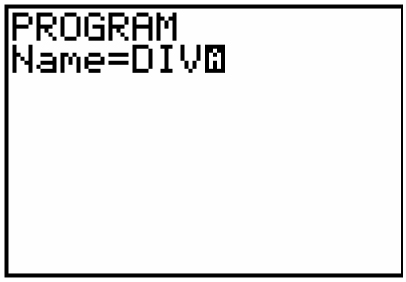
6. PROGRAMMATION

1. Premier programme

Nous allons découvrir les principales séquences de programmation à partir de la réalisation d'un petit programme permettant de mettre en œuvre la division euclidienne dans l'ensemble des entiers naturels, N.

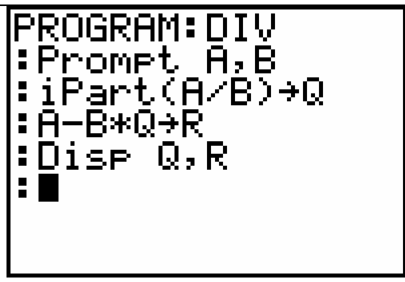
- Créer un nouveau programme

L'éditeur de programmes est accessible directement par la touche .
On crée un nouveau programme avec la rubrique NEW suivi de



Il suffit ensuite de donner un nom au programme, ici DIV (8 caractères maximum).
A noter que le curseur indique que l'on se trouve automatiquement en mode alpha-numérique.

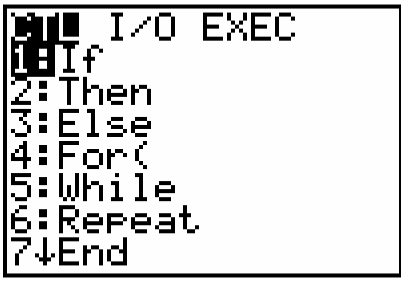
- Algorithme et instructions en langage TI basic

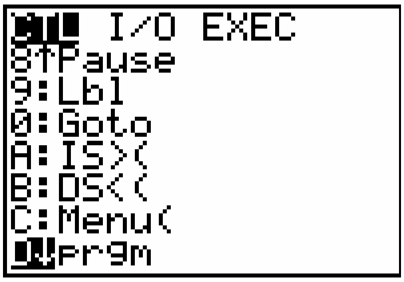
Algorithme	Instructions TI basic
Demander et saisir 2 nombres A et B Calculer Q quotient de A par B Calculer R reste de la division euclidienne Afficher Q et R	

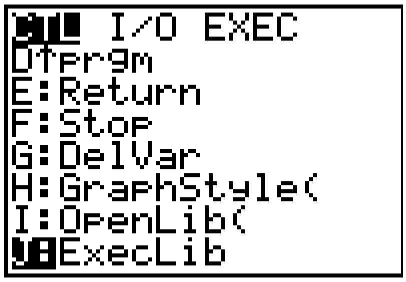
- Les instructions de programmation

Elles sont réparties très logiquement dans deux menus : les instructions de contrôle (CTL) et les instructions d'entrées – sorties (I/O).

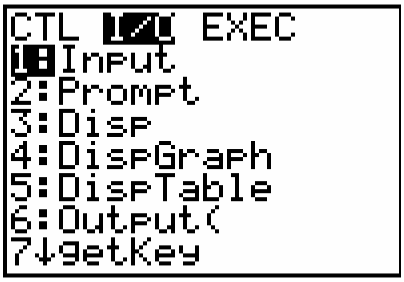
- Les instructions de contrôle (CTL) :

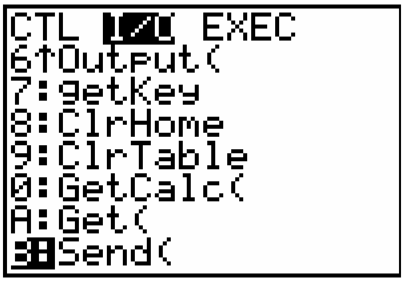






- Les instructions d'entrées – sorties (I/O) :



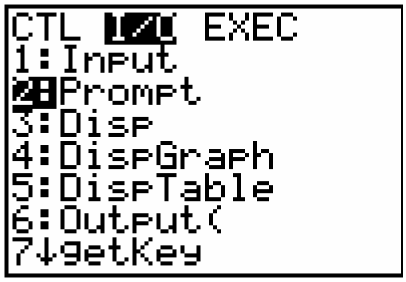


- Saisie pas à pas du programme

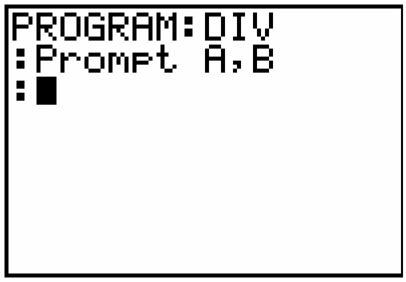
1) Demander et saisir 2 nombres A et B : Prompt A,B

L'instruction Prompt se trouve dans I/O : taper

(pour I/O) et choisir 2 : Prompt et valider par



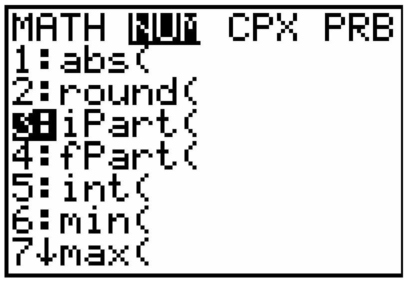
Saisir A,B avec A B puis pour terminer la ligne



2) Calculer Q et R

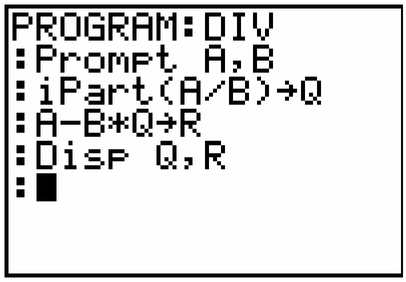
Le quotient Q de A par B est la partie entière du résultat de la division de A par B : iPart(A/B) ; le reste R est à A –BQ.

L'instruction iPart(se trouve dans le menu , rubrique NUM. Les affectations aux variables Q et R se font avec la fonction



3) Affichage de Q et R

L'instruction « Disp » (afficher) se trouve dans la rubrique I/O du menu

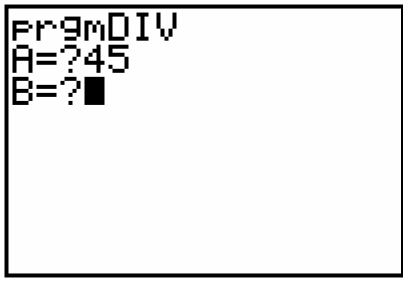


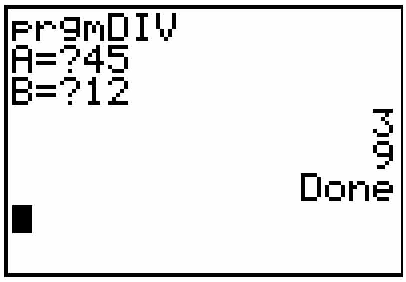
- Exécution du programme

permet de sortir du mode de saisie et de l'éditeur de programmes (le programme est automatiquement sauvegardé).

Pour lancer le programme, il faut demander son exécution (menu , rubrique EXEC et valider par).

Pour le faire tourner il suffit ensuite d'une succession de





2. Programme avec une condition

Il s'agit d'écrire un programme qui, pour A et B entiers naturels donnés (B non nul), affiche si oui ou non B divise A

- Algorithme et instructions en langage TI basic

Algorithme	Instructions TI basic
	PROGRAM:BDIVI
Nettoyer l'écran	:ClrHome
Demander et saisir A et B	:Prompt A,B
Si B divise A	:If fPart(A/B)=0
Alors	:Then
Afficher Oui	:Disp "OUI"
Sinon	:Else
Afficher Non	:Disp "NON"
Fin du Si	:End
	:

- Aide à la saisie du programme

Nettoyer l'écran : ClrHome (dans I/O 8 :ClrHome).
Si …. Alors … sinon … fin du si : If, Then Else et End se trouvent dans la rubrique des instructions de contrôle (rubrique CTL de).
Prompt et Disp dans la rubrique I/O.

fPart(est dans le menu , rubrique NUM.

= se trouve dans le menu TEST ( ).

3. Programmes avec une boucle

Quelques petits exercices issus des championnats des jeux mathématiques qu'il est possible de résoudre à l'aide de petits programmes.

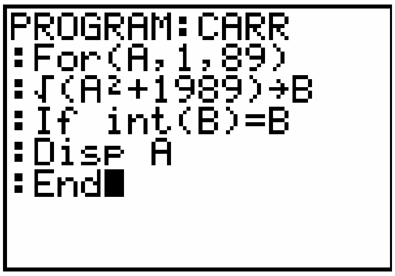
a) Les carreaux

Je possède 10 000 petits carreaux identiques. En prenant un certain nombre N, j'ai formé sur le sol une surface carrée. J'en ai ensuite rajouté 1989 pour former avec les N premiers une surface carrée plus grande. Quel est le nombre N ?

Si on appelle a le côté du premier carré et b celui du deuxième carré on a l'égalité $b^2 = a^2 + 1\,989$ soit $a^2 = b^2 - 1989$. De plus a et b sont des entiers dont le carré est inférieur à 10 000 ; on en déduit donc $a \le \sqrt{10000-1989}$ soit $a \le 89$. Il suffit donc de faire varier a de 1 à 89 et de tester si $1989 + a^2$ est le carré d'un entier. C'est ce que nous allons faire avec le programme CARR.

Ce programme teste si les nombres $a^2 + 1\,989$ (pour a entier de 1 à 89) sont les carrés d'un entier. Comme un nombre est un entier si et seulement si il est égal à sa partie entière il suffit d'utiliser la fonction int(qui donne la partie entière de l'argument.

For se trouve dans la rubrique CLT de et int(dans la rubrique NUM du menu .



En exécutant ce programme on obtient 3 valeurs de A : 6, 50 et 70 qui donnent donc trois réponses pour N : 36, 2 500 et 4 900.

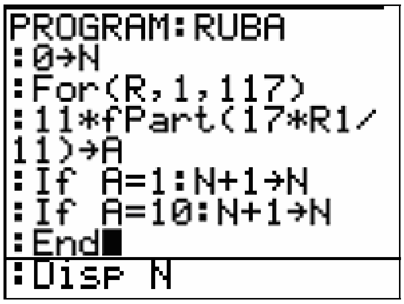
b) Le ruban

Sur un ruban de deux mètres de long, on imprime, en partant de la gauche du ruban, des traits verts tous les 11 mm, et des traits rouges tous les 17 mm. Combien y a-t-il de traits rouges situés à un millimètre d'un trait vert ?

Les divisions de 2 000 par 17 et 11 permettent d'affirmer qu'il y a sur le ruban 181 traits verts et 117 traits rouges. Un trait rouge est à 1 mm d'un trait vert s'il existe deux entiers r et v tels que $|11v - 17r| = 1$ avec $r \leq 117$ et $v \leq 181$ (r et v peuvent être considérés comme les numéros des traits). L'égalité précédente est équivalente à : $11v - 17r = 1$ ou -1 ou encore à $17r = 11v + 1$ ou $17r = 11v - 1 = 11v' + 10$. En résumé le trait rouge n°r (r de 1 à 117) est à 1 mm d'un trait vert si et seulement si le reste dans la division de 17r par 11 est 1 ou 10 : il suffit donc de parcourir les traits rouges (r de 1 à 117) et de compter le nombre de fois où le reste dans la division par 11 de 17r est 1 ou –1. C'est ce que nous allons faire avec le programme RUBA.

Il suffit d'utiliser la fonction fPart (dans la rubrique NUM du menu) qui donne la partie fractionnaire de l'argument ; en effet le reste dans la division de x par d est égal au produit de d par la partie fractionnaire du quotient de x par d ; c'est cela qu'il suffit de calculer et d'ajouter 1 au compteur chaque fois que ce reste est 1 ou 10.

En exécutant ce programme on trouve N = 21 ; il y a donc 21 traits rouges situés à 1mm d'un trait vert.



Si on veut connaître la position de ces traits il faut un peu modifier ce programme en y ajoutant le stockage de chaque valeur de r ; c'est ce que nous allons faire avec le programme RUBAB (pour Ruban Bis) où nous stockons les numéros dans la liste L1.

```
PROGRAM:RUBAB
:0→N:ClrList L1
:For(R,1,117)
:11*fPart(17*R1/
11)→A
:If A=1
:Then
:N+1→N
:R→L1(N)
:End
:If A=10
:Then
:N+1→N
:R→L1(N)
:End
:End
:Disp N
:Disp L1
:
```

En exécutant ce programme on obtient bien évidemment toujours n = 21 et en parcourant la liste L1 on obtient que ce sont les lignes rouges numérotées 2, 9, 13, 20, 24, 31, 35, 42, 46, 53, 57, 64, 68, 75, 79, 86, 90, 97, 101, 108, 112 qui sont à 1mm d'une ligne verte.

c) L'année de naissance N de l'aïeul.

Trouver un nombre entier naturel N, (année de naissance d'un de mes aïeux) inférieur à 2 000 sachant que :

- N est divisible par 2
- N-1 est divisible par 3
- N-2 est divisible par 5
- N- 3 est divisible par 7
- N-4 est divisible par 11

D'après l'énoncé on a : $N = 2a = 3b + 1 = 5c + 2 = 7d + 3 = 11e + 4$ où a, b, c, d et e sont des entiers. La condition $N \leq 2000$ impose les conditions : $a \leq 1\,000$; $b \leq 666$; $c \leq 399$; $d \leq 285$ et $e \leq 181$. Les nombres N possibles sont de la forme $11x + 4$ où x est un entier inférieur ou égal à 181 ; de plus N étant un nombre pair il est nécessaire que x soit pair ; parmi les nombres de la forme $11x + 4$ (où x est un entier pair) il faut donc retenir ceux dont les restes dans les divisions par 7, 5 et 3 sont respectivement 3, 2 et 1.

C'est ce que nous allons faire avec le programme NOMBN :

```
PROGRAM:NOMBN
:For(X,0,180,2)
:11*X+4→A
:7*fPart((A-3)/7
)→B
:If B=0
:Then
:5*fPart((A-2)/5
)→C
:If C=0
:Then
:3*fPart((A-1)/3
)→D
:If D=0:Disp A
:End
:End
:End
:
```

Il suffit, comme dans l'exercice précédent, d'utiliser la fonction fPart pour déterminer le reste dans la division de $11x + 4$ par 7, 5 ou 3 et retenir les nombres dont les trois restes sont nuls. L'exécution de ce programme donne une seule solution : 1522 ; 1522 est le seul entier inférieur à 2000 répondant aux spécificités de l'énoncé.

7. NOMBRES COMPLEXES

Les TI permettent de calculer avec des nombres complexes comme avec des nombres réels et ceci même en mode Real.

Toutes les opérations licites avec les complexes sont utilisables directement au clavier et la rubrique CPX du menu contient en plus des opérations spécifiques aux nombres complexes.

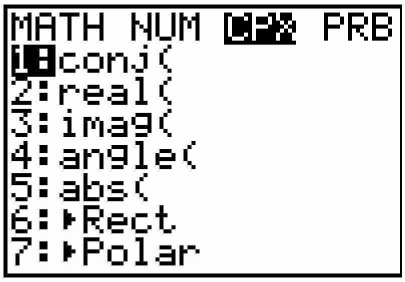
1. Premier exemple

Soit le complexe j: $j = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

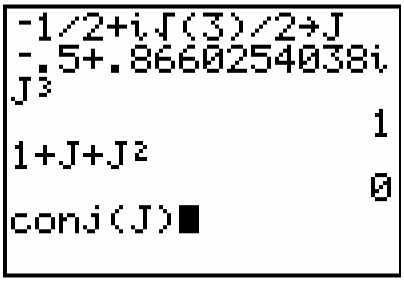
a) Calculer: $j^3,\ \overline{j},\ \overline{j}^2,\ 1 + j + j^2,\ \frac{1}{j}$

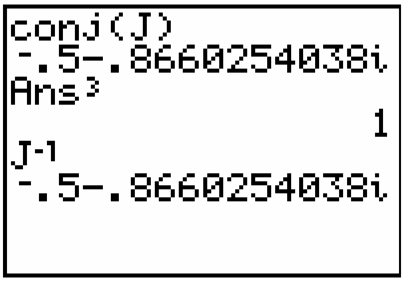
b) Ecrire j sous forme trigonométrique et vérifier tous les calculs précédents.

- Observons la rubrique CPX du menu MATH : toutes ces fonctions sont accessibles quelle que soit l'option d'affichage choisie, même Real.



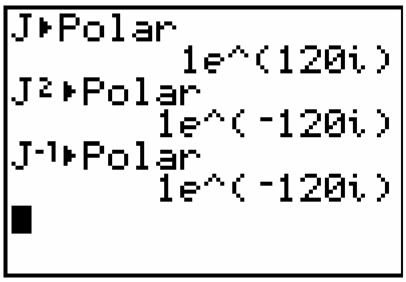
- Mémorisons le complexe j et effectuons les calculs demandés en utilisant les fonctions précédentes, conformément aux deux écrans suivants :





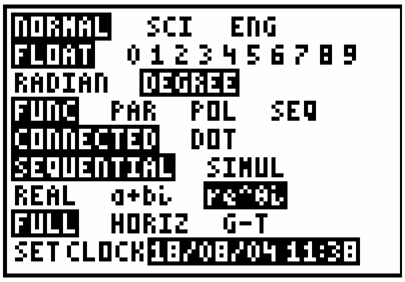
- Nous pouvons répondre à la question a) :

$$j^3 = 1\ ,\ \overline{j} = j^{-1} = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\ ,\ 1 + j + j^2 = 0$$

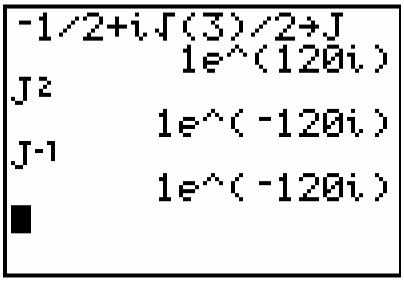


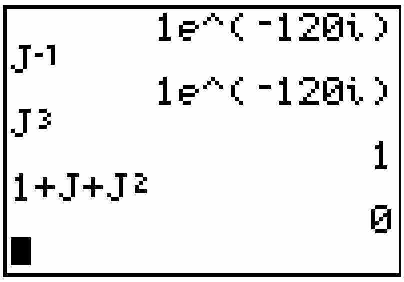
Remarque : utilisons l'option 7 de la rubrique CPX du menu MATH pour obtenir la forme trigonométrique de tous les nombres complexes précédents (le mode angulaire étant ici le degré).

- Changement de mode: travaillons à présent en mode trigonométrique conformément à l'écran suivant :



- Les écrans suivants s'obtiennent simplement (comme les précédents) et permettent de répondre à la question b) :

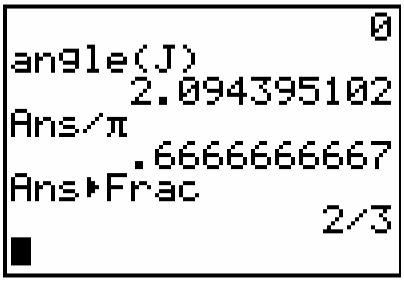




Noter la différence entre la première ligne du premier écran et la première ligne de l'écran correspondant dans a) : les complexes sont automatiquement affichés sous forme trigonométrique.

Remarque : avec le radian comme unité d'angle on obtient bien évidemment une valeur approchée de l'argument; mais l'écran ci-contre montre comment il est possible de voir si cet argument s'exprime simplement en fonction de π; ici c'est donc 2π / 3.

La fonction angle est obtenue par CPX 4:angle(

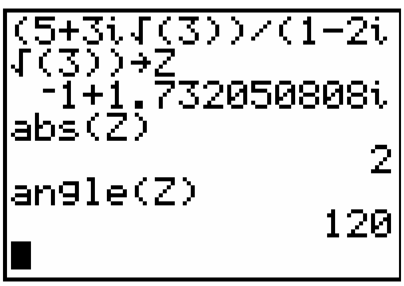


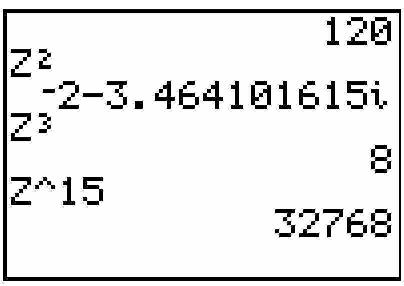
2. Deuxième exemple

On considère le complexe z défini par : $z = \dfrac{5+3i\sqrt{3}}{1-2i\sqrt{3}}$

Déterminer $|z|$ *et* $\arg(z)$ puis calculer z^2, z^3, z^{15}.

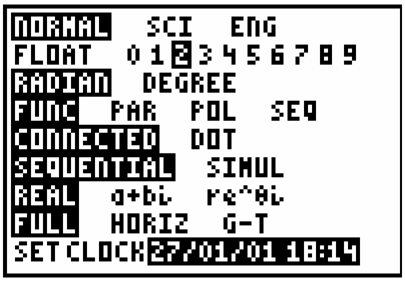
Procédons comme dans l'exercice précédent (en mode Real) pour constater immédiatement que Z=2J ce qui explique aisément les réponses concernant les puissances du complexe Z:





8. CALCULS FINANCIERS

Dans tout ce paragraphe nous allons fixer le nombre de décimales des nombres à 2, ce qui correspond au format Euros centimes.

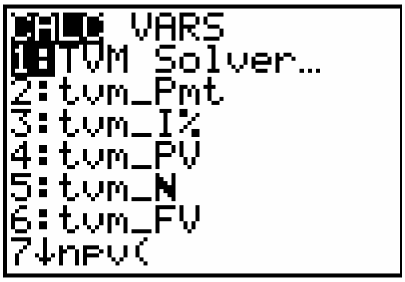


1. Capitalisation : annuités

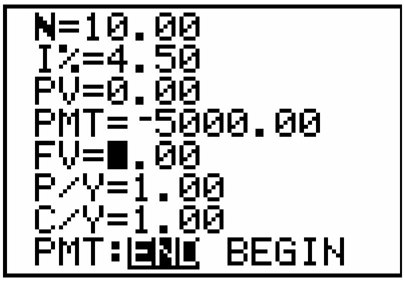
Calculons la valeur acquise au moment du versement de la dernière annuité par une suite de 10 versements de 5 000 € chacun, le taux du placement étant de 4.5%.

- Ouverture du menu Finance :
  - sur TI-82 STATS et TI-83
  - et par [APPS] 1 :Finance sur TI-83 Plus, TI-84 Plus et TI-84 Plus Silver Edition

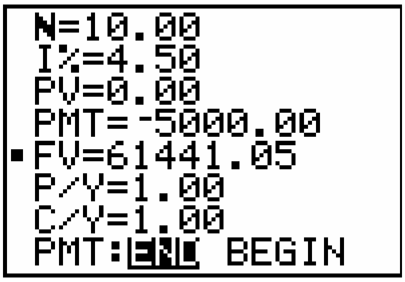
Les rubriques et instructions sont identiques sur tous les modèles.



- C'est l'option 1 :TVM Solver qui va nous permettre de résoudre le problème posé :
  - on entre les données connues ;
  - on place le curseur sur la variable à calculer, ici FV ;
  - la séquence lance le calcul de la valeur manquante, ici FV qui est le montant de la valeur acquise par les versements.



- Commentaires :
- N=10 indique le nombre total d'échéances ;
- PV = 0 indique qu'il n'y a aucun apport initial (avant le premier versement) ;
- PMT = -5 000 indique le montant de chaque versement (noter le signe - qui indique une sortie d'argent) ;
- P/Y= 1 indique qu'il n'y a qu'un seul versement par an ;
- C/Y= 1 indique que le calcul des intérêts se fait une fois par an (au moment du versement) ;
- PMT: END indique que le versement a lieu en fin de période.



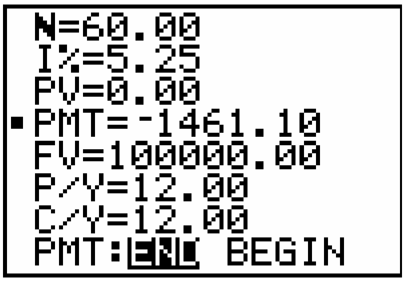
- Conclusion : on disposera alors d'une somme de 61 441 €.

2. Capitalisation : mensualités

On veut constituer un capital de 100 000 € à l'aide de versements mensuels constants. Sachant que la période d'épargne est de 5 ans et que le taux est de 5,25%, quel doit être le montant du versement mensuel ?

- Utilisons la même démarche que précédemment avec :

N=60 (pour 12 x 5 ans = 60 versements mensuels), PV = 0 (aucun apport initial avant le premier versement), FV = 100 000 (montant du capital attendu), P/Y= 12 (douze versements par an), C/Y= 12 (le calcul des intérêts se fait douze fois par an au moment du versement), PMT: END (le versement a lieu en fin de période).



- Conclusion : le versement mensuel de 1461,10 € permet d'atteindre l'objectif fixé (noter le signe - qui indique une sortie d'argent).

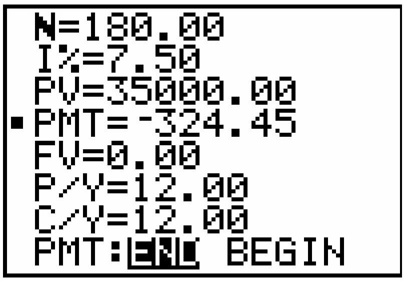
3. Tableau d'amortissement d'un prêt.

Pour financer un achat on emprunte une somme de 35 000 € au taux annuel de 7.5%. Il est remboursable en 180 mensualités constantes. Dresser le tableau d'amortissement de ce prêt.

- Calcul de la mensualité.

Choisissons l'option TVM Solver du menu FINANCE, procédons comme précédemment : entrons les données connues et plaçons le curseur sur PMT avant d'utiliser SOLVE.

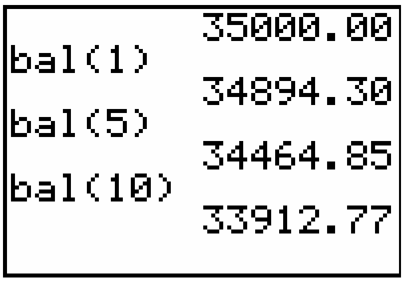
Il faudra rembourser chaque mois la somme de 324,45 €.

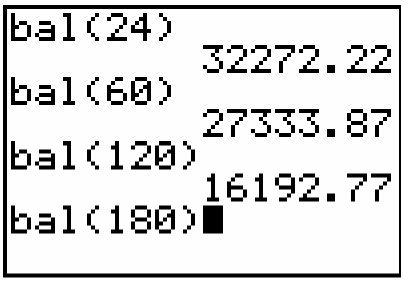


- Calcul de la partie du capital restant à rembourser.

Depuis l'écran de calcul, c'est la fonction 9 : bal(de la rubrique CALC du menu FINANCE qui va nous permettre de répondre à la question : bal(n) donne le montant du capital restant à rembourser après la nième mensualité.

Utilisons donc cette fonction pour calculer le montant du capital à rembourser après chaque paiement (nous avons présenté ici quelques résultats) :



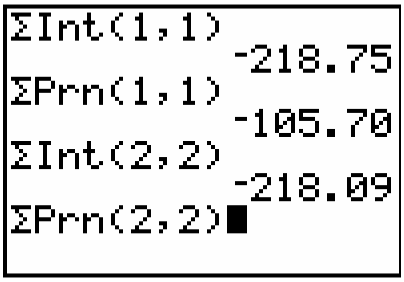


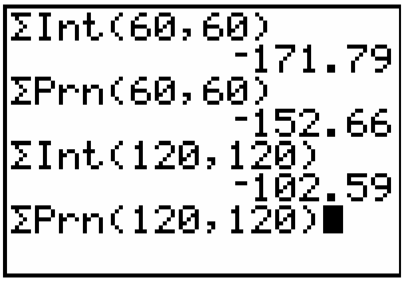
Vérifier que le dernier appel à la fonction donne bien 0 !

- Décomposition de l'échéance entre capital et intérêt.

Ce sont les fonctions Σ Int (pour les intérêts) et Σ Prn (pour la part de capital) de la rubrique CALC du menu FINANCE qui vont nous permettre de répondre à la question :
- Σ Int (i , j) donne le montant des intérêts payés entre la ième et la jème mensualité (si i = j c'est le montant des intérêts payés au cours du ième versement)
- Σ Prn (i , j) donne le montant du capital remboursé entre la ième et la jème mensualité (si i = j c'est le montant du capital remboursé au cours du ième versement)

Voici quelques résultats :





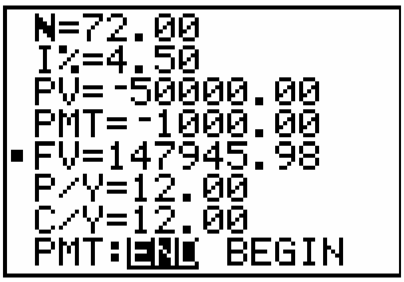
Il est bien sûr facile de vérifier que pour un i donné Σ Int (i , i) + Σ Prn (i , i) = 324.45 c'est-à-dire le montant de la mensualité.

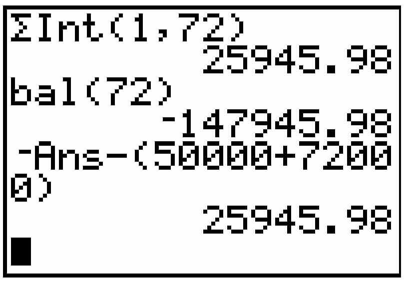
Remarque : pour déterminer le montant des intérêts payés pendant une année (dans le but de déduction fiscale) il suffit de calculer, par exemple ΣInt (13,24) pour obtenir le montant des intérêts payés au cours de la deuxième année (on obtient 24 785.46 F).

4. Plan d'épargne logement

Dans le but de préparer un investissement immobilier on ouvre un plan d'épargne logement au taux annuel de 4,5% en faisant un apport initial de 50 000 € et des versements mensuels, sur une durée de 6 ans, de 1 000 €. Quel est le capital disponible au bout des 6 ans et quel est le montant des intérêts acquis durant cette même période ?

Nous allons utiliser les mêmes méthodes que précédemment ; les deux écrans suivants permettent de répondre aux questions posées :

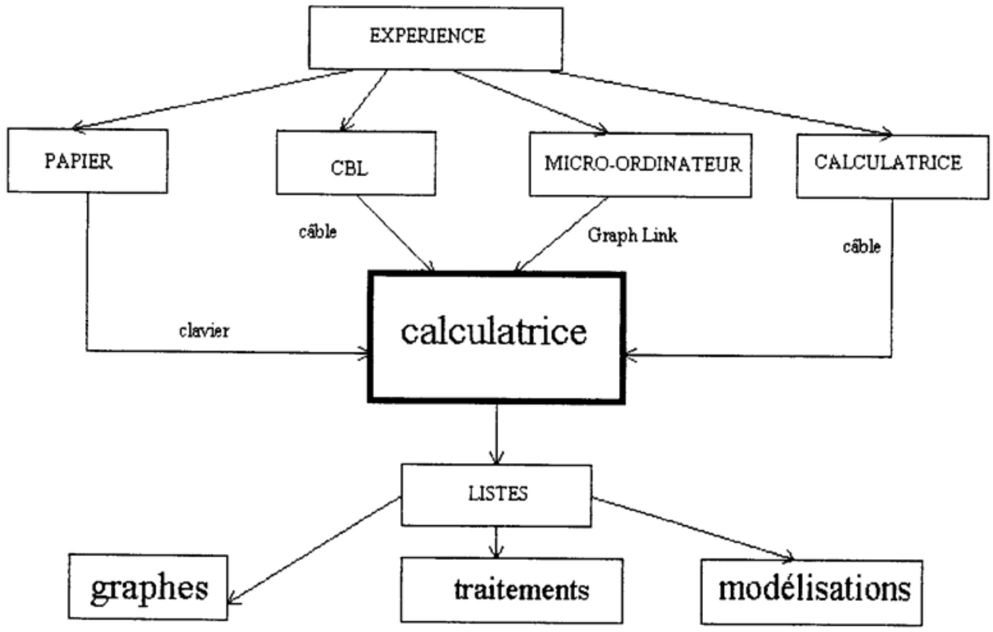




Au bout de 6 ans le capital disponible sera de 147 946 € dont 25 946 € d'intérêts.

9. UTILISATION EN SCIENCES PHYSIQUES

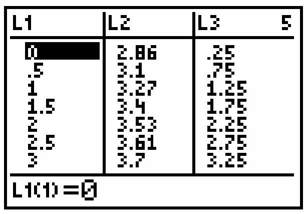
1. La calculatrice en travaux pratiques



Les calculatrices graphiques sont devenues des instruments indispensables pour aider les élèves pendant les séances de travaux pratiques :

- **Ils recueillent les données des expériences, elles disposent de** listes**.**

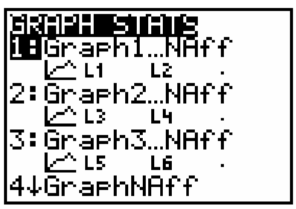
Il existe des listes prédéfinies L_1 à L_6. L'utilisateur peut créer ses propres listes.

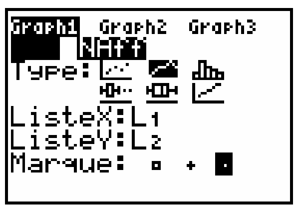


- **A partir de ces listes ils tracent des** graphes

Pour tracer un graphe il suffit de définir :
- **le type : points séparés ou points liés par des segments**
- **la liste en X et la liste en Y**
- **le type de marqueur** □, +, .

et de choisir la fenêtre adéquate.





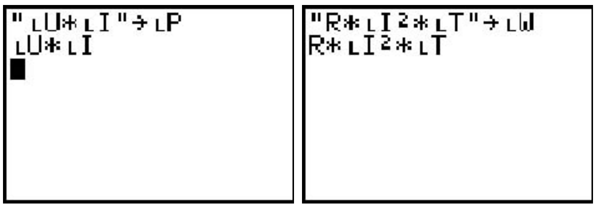
- **Ils réalisent des traitements sur les listes en y adjoignant des** formules

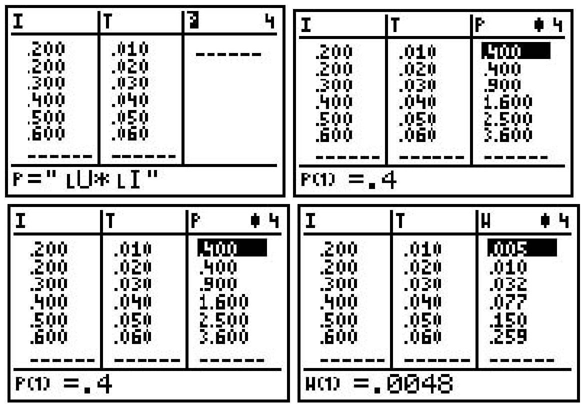
- **Ils modélisent en utilisant des régressions :**

ajustement par une fonction linéaire ax + b	**LinReg (ax+b)**
ajustement par un polynôme en $aX^2 +b x +c$	**QuadReg**
ajustement par un polynôme en $aX^3+bX^2 +c x +d$	**CubicReg**
ajustement par un polynôme en $aX^4 + bX^3+cX^2 +d x +e$	**QuartReg**
ajustement par une fonction linéaire a + bx	**LinReg (a+bx)**
ajustement par une fonction logarithme népérien a + b.Ln (x)	**LnReg**
ajustement par une fonction exponentielle a.b^x	**ExpReg**
ajustement par une fonction puissance a x^b	**PwrReg**
ajustement par une fonction logistic a/(1+b e^(c.x)) +d	**Logistic**
ajustement par une fonction sinus a sin(bx+c)+d	**SinReg**

- **Un éditeur d'équations permet de tracer des graphes en fonctions cartésiennes, paramétriques et polaires.**

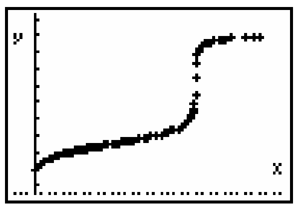
<u>Exemple 1</u>

<table>
<tr>
<td>Dans une expérience on a relevé la tension U aux bornes d'un conducteur ohmique et l'intensité du courant I qui le traverse on peut calculer automatiquement :
• la puissance P mise en jeu dans le dipôle P = U I
• l'énergie transférée par effet Joule $W = R I^2 t$</td>
<td>On place U dans une liste appelée U, I dans une liste appelée I et t dans une liste appelée T.
La puissance se calcule en faisant le produit des deux listes et en affectant les résultats dans une liste nommée P : U*I → P
L'énergie est calculée en effectuant l'opération suivante : R* I^2*t → W   W est la liste qui contient les énergies (il faut affecter une valeur numérique dans R)</td>
</tr>
<tr>
<td><u>Réalisation de l'opération sur l'écran de calcul</u>


Les listes P et W sont liées respectivement avec les listes (U et I) et (I et T).
Si on fait varier un ou plusieurs éléments de ces listes, les éléments correspondants de P et W varient. Cette liaison est symbolisée par un cadenas à côté du nom de la liste.</td>
<td><u>Réalisation dans l'éditeur de listes</u>

</td>
</tr>
</table>

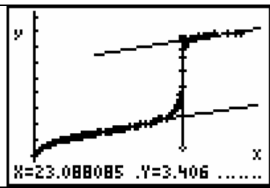
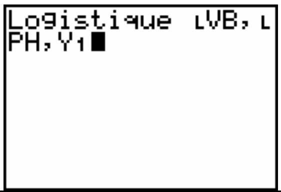
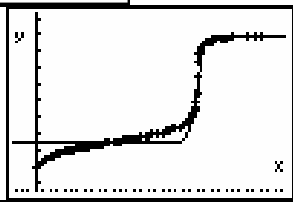
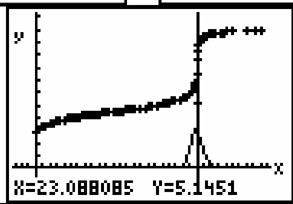
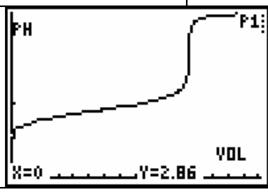
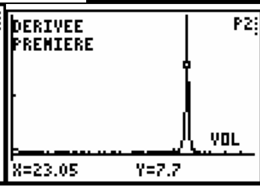
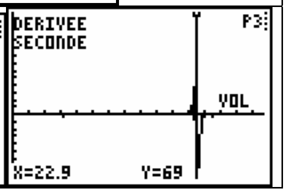
<u>Exemple 2</u>

<u>Dosage d'un acide faible par une base forte</u>



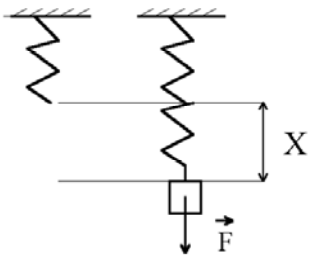
On introduit dans la calculatrice les volumes de base versés et le pH correspondant. On peut ainsi tracer la courbe pH=f(V)

Détermination du point d'équivalence

Méthode 1 : méthode des tangentes	
Méthode 2 : régression de la courbe par une régression logistique L'équation de régression est mise automatiquement dans le registre des fonctions	 
Il est possible de calculer la dérivée numérique et de tracer la courbe correspondante. Le maximum de la courbe dérivée fournit le point d'équivalence.	
Méthode 3 : Utiliser un programme qui calcule les dérivées première et seconde des données expérimentales.	  

2. La calculatrice en travaux dirigés et en aide à la résolution d'exercices

Exemple 1 : calcul du travail d'une force variable

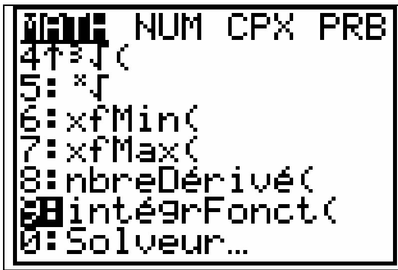


Calcul du travail fourni par un expérimentateur pour allonger un ressort de X à partir de sa position de repos (ressort de raideur K). Si x est l'allongement à une position intermédiaire, la force exercée par l'expérimentateur est F =Kx.

Le travail total est donc : $\mathbf{W = \int_0^{XM} F\,dx = \int_0^{XM} kx\,dx = 1/2\ K\ X_M}$

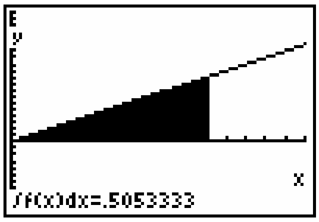
Utilisation de la fonction numérique d'une caculatrice

$X_M = 1$ K = 1
Dans le menu MATH figure une fonction intégration numérique : intégrFonct

	**intégrFonct (équation, variable, bornes)** **Dans l'exemple précédent (XM = 1 K =1), il suffit d'écrire :** **équation : X** **variable : X** **bornes : (0,1)**	

W = 0,5J

Méthode graphique

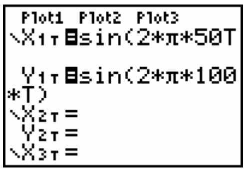


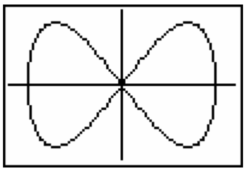
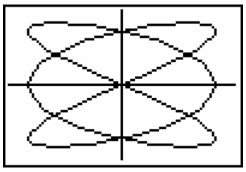
On trace la courbe $Y_1 = X$
Dans le menu CALC **il existe une fonction intégration numérique.**

Exemple 2 : mesure des fréquences (les courbes de Lissajous)

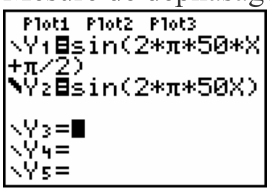
La mesure d'une fréquence à l'oscilloscope est une mesure de comparaison. La fréquence à mesurer est comparée à une fréquence étalon.
Le balayage étant coupé, une des tensions est appliquée en X et l'autre en Y.
Le spot décrit une courbe fermée qui paraît immobile sur l'écran et est inscrite dans un rectangle de côtés 2a et 2b. Cette courbe est appelée une courbe de Lissajous.
On démontre que le rapport des fréquences est égal au rapport inverse des nombres de points de tangence entre la courbe et le cercle circonscrit.

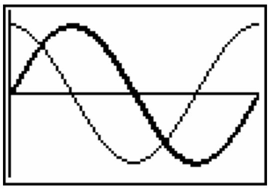
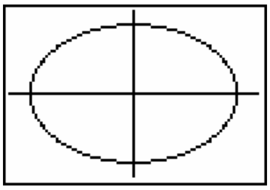
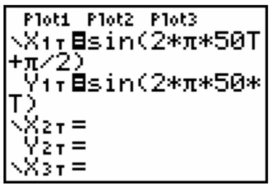
$$\frac{F'}{F}=\frac{F_V}{F_H}=\frac{\text{nombre de points horizontaux}}{\text{nombre de points verticaux}}=\frac{T_H}{T_V}$$



Mesure de déphasages



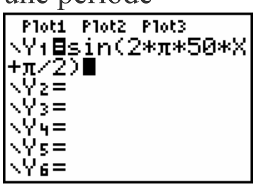
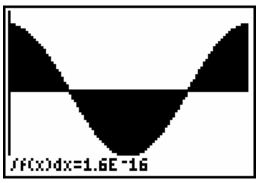
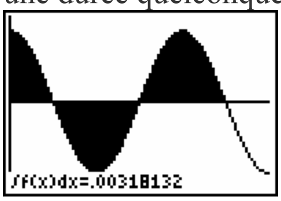




Exemple 3 Valeur moyenne – valeur efficace

La théorie

$\overline{Y}=\frac{\int_{t1}^{t2} f(t)dt}{t2-t1}$ **valeur moyenne de f(t) dans l'intervalle[t1 ;t2] si la grandeur est périodique**	$\overline{Y}=\frac{\int_{t}^{t+T} f(t)dt}{T}$ **T période**

Applications en électricité

Valeur moyenne d'une tension sinusoïdale sur une période   $\hat{Y}=0$	Valeur moyenne d'une tension sinusoïdale sur une durée quelconque  Pour un nombre non entier de périodes $\overline{Y}=\frac{0{,}00318}{0{,}02}=0{,}159$

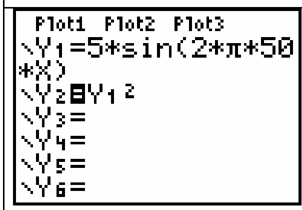
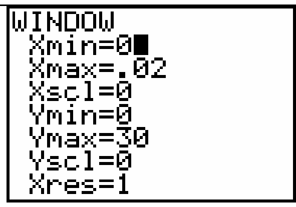
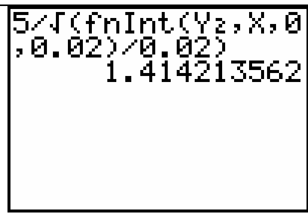
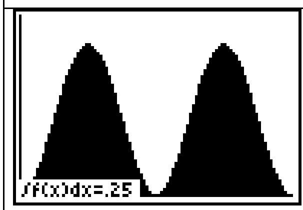
Tension et intensité efficaces

La tension efficace U d'une tension sinusoïdale qui s'applique aux bornes d'un conducteur ohmique est la tension continue qui dissiperait la même énergie W pendant la même durée.
Pour une période :

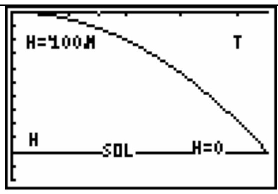
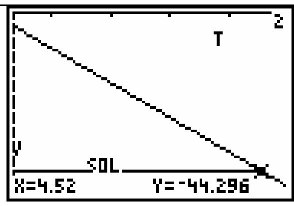
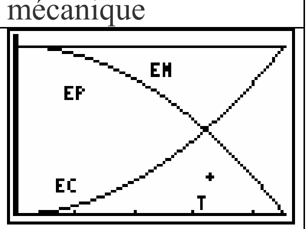
Energie transférée par un courant sinusoïdal :	Énergie transférée pendant cette période par un courant continu :
$dW=\frac{u^2}{R}dt \quad W=\frac{\int_0^T u^2dt}{R}$	$W=\frac{U^2}{R}T$
D'après la définition précédente : $W=\frac{U^2}{R}T=\frac{\int_0^T u^2dt}{R}$ et $U^2=\frac{\int_0^T u^2dt}{T}$	

Détermination de la relation entre la tension efficace U et la tension moyenne $\hat{U}$

Exemple
Soit la fonction $U=\hat{U}\sin(2\pi Ft)$ de fréquence F, de période T et de pulsation ω.
Avec $\hat{U}=5V$ F=50Hz et T=0,02s

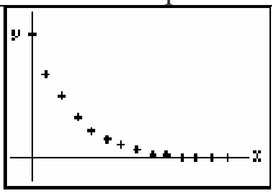
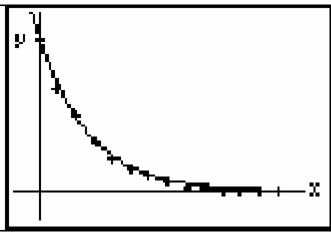
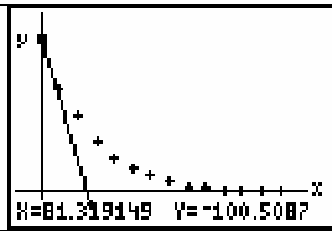
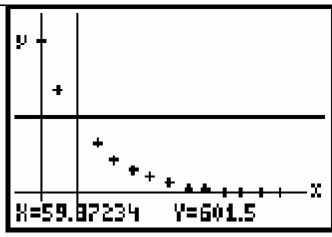
Démonstration graphique		Démonstration numérique
		
	$\int_0^T u^2dt=0,25$ $U^2=\frac{\int_0^T u^2dt}{T}=\frac{0,25}{0,02}=12,5$ $U=\sqrt{12,5}=3,53$ $\frac{\hat{U}}{U}=\frac{5}{3,53}=1,41=\sqrt{2}$	

Exemple 4 : étude d'une chute libre

Les équations	Variation de la hauteur de chute	Variation de la vitesse de chute	Les variations des énergies cinétique, potententielle et mécanique
$h=1/2\ gt^2$ $v=gt$ $E_c=1/2\ mv^2$ $E_p=mgh$ $E_m=E_c+E_p$			

<u>Exemple 5 : étude d'une décroissance radioactive</u>

Détermination expérimentale de la demi-vie du radon 220.

		
Tracé de la courbe expérimentale	Modélisation par une équation de la forme $N=N_0\ e^{-\lambda t}$ $N=1203\ e^{-0.012t}$ $\lambda=0{,}012$ et $\tau=1/\ \lambda=83{,}3$s La demi-vie du radon 220 $t_{1/2}$ correspond à $N_0/2=601$ $t_{1/2}=57{,}76$s	Détermination graphique de τ  Détermination graphique du temps de demi-vie On recherche $N_0/2=601$

3. Acquisition de données expérimentales avec une calculatrice, une interface et des capteurs

L'interface CBL2	
Le système Calculator-Based Laboratory 2 (CBL 2™), deuxième génération du système Calculator-Based Laboratory™, est un dispositif portable, alimenté par piles, destiné au recueil de données expérimentales.	

L'interface CBL2 qui possède trois entrées analogiques et une entrée-sortie numérique permet de réaliser des acquisitions de données dans pratiquement tous les domaines de la physique et de la chimie.
Il existe des programmes ou des applications qui permettent de gérer facilement ces acquisitions.
Les données acquises sont stockées automatiquement dans des listes et peuvent être visualisées, traitées ou modélisées à l'aide d'options des programmes ou directement à l'aide des fonctions de la calculatrice.

La gestion d'une acquisition est particulièrement simple à l'aide d'un capteur. Il faut indiquer à CBL2 :

1) La durée entre deux acquisitions
2) Le nombre de points à acquérir.

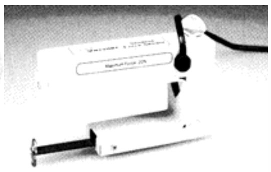
Il en résulte que :

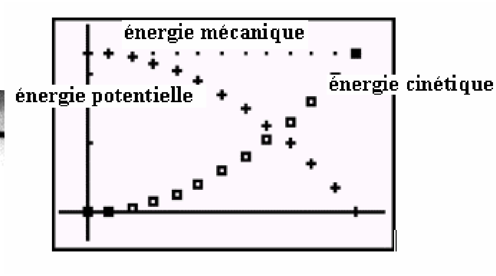
$\boxed{\text{durée entre deux acquisitions X nombre de points à acquérir = durée de l'acquisition}}$

Une liste non exhaustive de manipulations réalisables avec une calculatrice et CBL2

Mécanique

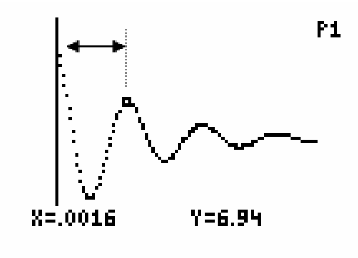
Études cinématique et énergétique de divers mouvements : chutes dans un champ de pesanteur, mouvements d'oscillateurs, mouvement d'un yoyo, déplacement d'un mobile sur un plan incliné
Vérification des lois de la mécanique.
Théorème d'Archimède
Principe fondamental de la dynamique…

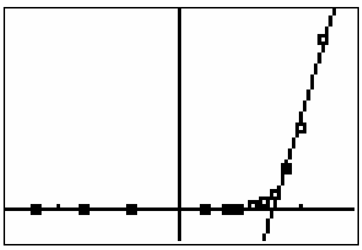


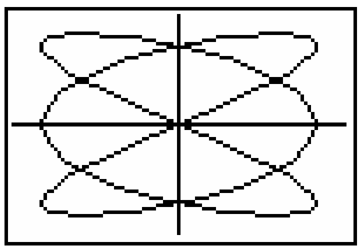


Électricité

Loi d'Ohm, loi de Pouillet, associations de dipôles, tracés de caractéristiques.
Etude de circuits RC, RL et RLC
Amplificateur opérationnel…

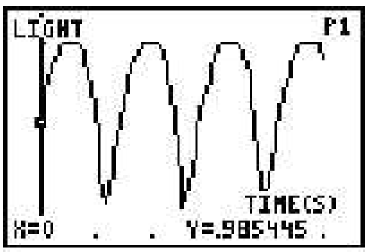






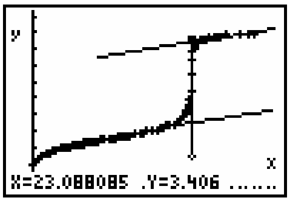
Optique

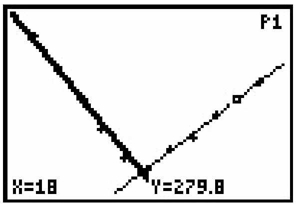
Mesure d'intensités lumineuses, différents types de lumière…

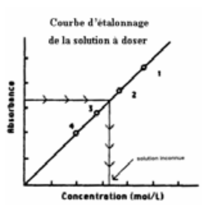


Thermodynamique
Changement d'états, mesures de capacités de chaleur massique ou molaire, mesure de températures de fusion et d'ébullition de différentes substances…

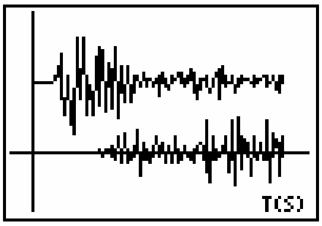
Chimie
Dosages acide-base, conductimétrie, dosages colorimétriques, étude d'équilibres chimiques par colorimétrie

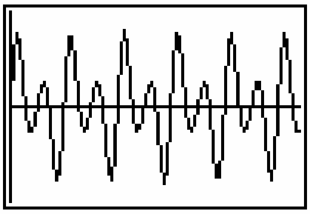
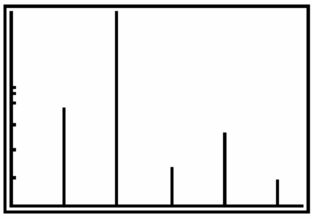




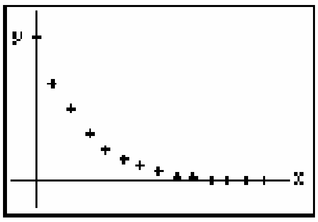



Acoustique
Classification des sons, analyse et synthèse des sons périodiques, mesure de la vitesse du son



Radioactivité
Étude d'une décroissance radioactive…



Gaz
Loi de Boyle-Mariotte, loi de Gay-Lussac, loi de Charles…